

Algebra liniowa

Domowe II

1. Opisz podane podzbiory iloczynów kartezjańskich.

- (a) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (b) $\mathbb{R} \times 3\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (c) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (d) $\{-3, 2, 1\} \times \mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (e) $[0, 1]^3 \subseteq \mathbb{R}^3$
- (f) $\{0, 1\}^3 \subseteq \mathbb{R}^3$
- (g) $\{(-3t, t) \mid t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (h) $\{(t, t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3$
- (i) $\{(2 \cos t, 3 \sin t, s) \mid t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3$
- (j) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x^2\}$
- (k) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z^2\}$
- (l) $S^1 \times D^1 \subseteq \mathbb{C}^2$, gdzie $S^1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$,
 $D^1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$

2. Podać wzory następujących przekształceń przestrzeni:

- (a) rzut prostokątny przestrzeni \mathbb{R}^3 na oś y ,
- (b) rzut prostokątny przestrzeni \mathbb{R}^n na oś x_1 ,
- (c) rzut prostokątny przestrzeni \mathbb{R}^3 na płaszczyznę xy ,
- (d) symetria środkowa względem początku układu współrzędnych w \mathbb{R}^3 ,
- (e) symetria środkowa względem początku układu współrzędnych w \mathbb{R}^n ,
- (f) jednokładność o skali 2 względem początku układu współrzędnych w \mathbb{R}^3 .
- (g) obrót przestrzeni trójwymiarowej względem osi ox o kąt φ .

3. Niech $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = y + z$. Wyznacz

- (a) $f(\{(t, 3t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\})$
- (b) $f(\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 = 1\})$
- (c) $f^{-1}(0)$
- (d) $f^{-1}(\{0, 1\})$

4. Niech $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x + y, 2x - y)$. Wyznacz $f^{-1}((1, 5))$.