

Algebra liniowa

Ćwiczenia III

1. Wyznaczyć kombinację liniową $3a_1 + 5a_2 - a_3$ wektorów

$$a_1 = (4, 1, 3, -2), \quad a_2 = (1, 2, -3, 2), \quad a_3 = (16, 9, 1, -3)$$

2. Wyznaczyć równania wektorowe i parametryczne prostej:

(a) przechodzącej przez punkt $(2, 0, 5)$ i równoległej do wektora $(4, -2, -11)$.

(b) przechodzącej przez punkty $(-1, 2, 1)$ i $(2, -3, 2)$.

3. Wyznacz punkt wspólny prostych (jeżeli istnieje)

(a) $x = (2, 3, 4) + t(1, 1, 1)$ oraz $x = (3, 2, 1) + s(3, 1, -1)$, $t, s \in \mathbb{R}$

(b) $x = (3, 4, 5) + t(1, 1, 1)$ oraz $x = (2, 4, 1) + s(2, 3, -2)$, $t, s \in \mathbb{R}$

4. (a) Wyznaczyć punkty, które dzielą odcinek o końcach $(2, 4, 1)$ i $(-1, 1, 7)$ na trzy równe części.

(b) Wyznaczyć środek odcinka o końcach A i B .

5. Sprawdź czy podane punkty leżą na jednej prostej

(a) $P = (2, 1, 1)$, $Q = (1, 2, 3)$, $R = (4, -1, -3)$,

(b) $P = (2, 1, 1)$, $Q = (1, 2, 3)$, $R = (3, 2, 1)$,

6. Wykaż, że jeżeli $A, B, C \in \mathbb{R}^n$ to

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0.$$

7. Wyznacz wszystkie wartości k , dla których wektory $(3, -1)$ i (k, k^2) są ortogonalne.

8. Wykaż, że $a \perp b$ wtedy i tylko wtedy gdy $\|a\|^2 + \|b\|^2 = \|a + b\|^2$.

9. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $(3, -2)$ i prostopadłej do wektora $(-3, 4)$.

10. Wyznacz równanie płaszczyzny

(a) przechodzącej przez punkt $(-1, 2, -3)$ i prostopadłej do wektora $(2, 4, -1)$;

(b) przechodzącej przez punkt $(1, -3, -1)$ i równoległej do płaszczyzny $2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 17$;

(c) będącej symetralną odcinka o końcach $(2, 2, 5)$ i $(-3, 4, 1)$.

11. Wyznacz równania wektorowe i parametryczne płaszczyzny przechodzącej przez punkty $(3, 2, 1)$, $(-4, 1, 7)$, $(2, 0, 0)$.

12. Wyznacz równanie parametryczne prostej będącej prostą wspólną płaszczyzn $2x + y - z + 3 = 0$ oraz $z + x + 3 = 0$.

13. Napisz równanie parametryczne prostej prostopadłej do płaszczyzny $2x - 3y + z = 5$ i przechodzącej przez punkt $(0, 0, 5)$.

14. Napisz ogólne równanie parametryczne prostej zawartej w płaszczyźnie $2x - 3y + z = 5$ i przechodzącej przez punkt $(0, 0, 5)$.

15. Czy płaszczyzna $2x - 3y + z = 5$ zawiera prostą równoległą do

(a) osi Ox ?

(b) prostej $x = (2, 3, 1) + t(3, 2, 0)$, $t \in \mathbb{R}$?