

# Algebra liniowa

## Ćwiczenia IV

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne i jedno rozwiązanie szczególne układu równań:

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4$$

$$x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2$$

- (a) Jaka jest interpretacja geometryczna otrzymanego zbioru rozwiązań?  
(b) Jeżeli  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dane wzorem

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4)$$

To jaka jest interpretacja powyższego układu równań?

2. Rozwiązać układ równań w ciele  $\mathbb{Z}_3$

$$x_1 + x_3 = 0$$

$$x_2 + 2x_4 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 1$$

$$x_1 + 2x_3 = 2$$

3. Zbadać układ i znaleźć w zależności od parametru  $\lambda$ , jego rozwiązanie ogólne:

$$8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5$$

$$-12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6$$

$$4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3$$

$$\lambda x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2$$

4. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne i układ podstawowy (bazę) rozwiązań dla podanego jednorodnego układu równań liniowych:

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0$$

$$4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0$$

$$3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0$$

5. Jakim zbiorem jest część wspólna dwóch losowo wybranych płaszczyzn w  $\mathbb{R}^4$ ?  
6. Napisz układ trzech równań z czterema niewiadomymi tak, aby układ ten  
(a) miał trójwymiarowy zbiór rozwiązań  
(b) miał dwuwymiarowy zbiór rozwiązań  
(c) miał jednowymiarowy zbiór rozwiązań  
(d) był sprzeczny.

Czy taki układ może mieć dokładnie jedno rozwiązanie?