

Pierścienie

Niniejsze zadania są oparte o tutorial: https://doc.sagemath.org/html/en/tutorial/tour_rings.html. Przeczytaj go, a następnie stwórz plik notatnika Jupyter, zawierający rozwiązania wszystkich poniższych zadań. Zapisz plik pod nazwą: `4RingsPrzewocki.ipynb`.

Uwaga! Zamiast mojego nazwiska, w nazwie pliku wpisz swoje!

Zadanie 0.1. Znajdź wielomian, który nie faktoryzuje się nad liczbami rzeczywistymi, a faktoryzuje się nad liczbami zespolonymi. Zadeemonstruj jak SAGE radzi sobie z faktoryzacją tego wielomianu.

Zadanie 0.2. Zadeemonstruj jak działa dodawanie i mnożenie modulo w pierścieniach $\mathbb{Z}/4$ i $\mathbb{Z}/5$. Pokaż dlaczego $\mathbb{Z}/4$ nie może być ciałem. (podpowiedź: pierścień modulo tworzy się za pomocą klasy `Zmod`)

Zadanie 0.3. Wyświetl tabelę działań ciała $GF(3)$.

Zadanie 0.4. Oblicz sumę oraz iloczyn wielomianów

$$f = x^5 - x + 3, g = x^2 + 1$$

nad pierścieniami \mathbb{Z} oraz $\mathbb{Z}/4$.

Zadanie 0.5. Rozważ następujący kod

```
a = GF(5)(1)
b = Zmod(3)(1)
```

Pokaż, że elementy te mają ten sam typ, a pomimo tego nie można ich dodać. Wyjaśnij dlaczego tak jest (spróbuj użyć funkcji `parent`).

Zadanie 0.6. Rozważ następujący kod

```
a = GF(3)(1)
b = Zmod(6)(1)
```

Wyjaśnij dlaczego, w przeciwieństwie do poprzedniego zadania, elementy a i b można do siebie dodać.

Zadanie 0.7. Używając funkcji `OperationTable()` (patrz http://doc.sagemath.org/html/en/reference/matrices/sage/matrix/operation_table.html) wypisz tablicę mnożenia i dodawania ciała $GF(9)$.