

Podprzestrzenie i bazy

Może być użyteczny następujący pomocnik: http://doc.sagemath.org/html/en/constructions/linear_algebra.html. Przeczytaj go, a następnie stwórz plik notatnika Jupyter, zawierający rozwiązania wszystkich poniższych zadań. Zapisz plik pod nazwą: `6SubspacesBasesPrzewocki.ipynb`.

Uwaga! Zamiast mojego nazwiska, w nazwie pliku wpisz swoje!

Użyteczne mogą się okazać również tutoriale z poprzednich list.

Zadanie 0.1. Znajdź jądro poniższej macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Czym różnią się wyniki jeśli rozważymy macierz nad \mathbb{Z} od wyników dla \mathbb{Q} ?

Zadanie 0.2. Znajdź obraz poniższej macierzy oraz jej transpozycji

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Zadanie 0.3. Rozważmy podprzestrzeń S generowaną przez wektory:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -73 \\ -1 \\ -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 58 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \\ -9 \end{bmatrix}$$

Czy stanowią one bazę podprzestrzeni S ?

Zadanie 0.4. Które z poniższych wektorów należą do podprzestrzeni S z poprzedniego zadania?

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 2 \\ 1 \\ 41 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 \\ -114 \\ 0 \\ 35 \\ 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -40 \\ -69 \\ -143 \end{bmatrix}$$

Zadanie 0.5. Czy podprzestrzeń generowana przez wektory

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 30 \\ 56 \\ 107 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -18 \\ -56 \\ -62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ -17 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jest równa S ? A co w tej kwestii można powiedzieć o podprzestrzeni generowanej przez

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 9 \\ 45 \\ 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 74 \\ 99 \\ 268 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -13 \\ 4 \\ 536 \\ 783 \\ 1936 \end{bmatrix} ?$$