

# Iloczyn skalarny

## 1 Własności iloczynu skalarnego

**Zadanie 1.1.** Kiedy iloczyn skalarny dwóch wektorów jest dodatni, kiedy jest ujemny, a kiedy jest zero?

**Zadanie 1.2.** Iloczyn skalarny ma następujące własności

1.  $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$
2.  $(\vec{a} + \vec{b}) \circ \vec{c} = \vec{a} \circ \vec{c} + \vec{b} \circ \vec{c}$ ,
3.  $\vec{a} \circ (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \circ \vec{b} + \vec{a} \circ \vec{c}$ ,
4.  $(\alpha \cdot \vec{a}) \circ \vec{b} = \alpha(\vec{a} \circ \vec{b})$ ,
5.  $\vec{a} \circ (\beta \cdot \vec{b}) = \beta(\vec{a} \circ \vec{b})$ ,

dla dowolnych wektorów  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  i liczb  $\alpha, \beta$  Uzasadnij te własności korzystając z definicji.

**Zadanie 1.3.** Niech  $E = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$  będzie bazą ortonormalną. Rozważmy dwa wektory  $\vec{a}, \vec{b}$ , których współrzędne w tej bazie wynoszą

$$[\vec{a}]_E = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad [\vec{b}]_E = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}.$$

Ile wynosi iloczyn skalarny tych wektorów.

## 2 Wektory prostopadłe i równoległe do prostych

W niniejszych zadaniach zakładamy, że współrzędne podane są względem pewnej wybranej bazy ortonormalnej!

**Zadanie 2.1.** Niech będzie dany wektor  $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ . Rozważmy wszystkie punkty, które leżą końcach wektorów prostopadłych do  $\vec{n}$  o początkach w początku układu współrzędnych. Jaki obiekt geometryczny stanowią te punkty? Napisz jego równanie.

**Zadanie 2.2.** Jakie współrzędne ma wektor prostopadły do prostej o równaniu:  $Ax + By + C = 0$ ?

**Zadanie 2.3.** Jakie współrzędne ma wektor równoległy do prostej o równaniu:  $Ax + By + C = 0$ ?

**Zadanie 2.4.** Niech dany będzie wektor  $\vec{t} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ . Napisz równanie parametryczne prostej równoległej do wektora  $\vec{t}$  przechodzącej przez punkt  $(x_0, y_0)$ . Następnie zapisz to równanie w postaci kanonicznej.

**Zadanie 2.5.** Znajdź wektory prostopadłe i równoległe do prostej  $L$ , a następnie zapisz jej równanie w postaci parametrycznej i postaci kanonicznej.

1.  $L : 2x - 3y + 1 = 0$ ,
2.  $L : x - y = 0$ ,
3.  $L : -x + 2y - 7 = 0$ .

**Zadanie 2.6.** Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt

1.  $M = (1, -8)$  i równoległej do prostej  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{-2}$ ,
2.  $M = (x_0, y_0)$  i prostopadłej do prostej  $Ax + By + C = 0$ .

**Zadanie 2.7.** Jak można wyznaczyć odległość punktu o danych współrzędnych od prostej danej równaniem?

**Zadanie 2.8.** Znajdź kąt pomiędzy prostymi:

1.  $5x - y + 7 = 0$ ,  $x - 2y - 4 = 0$ ,
2.  $3x - 2y + 7 = 0$ ,  $2x + 3y - 3 = 0$ .

**Zadanie 2.9.** Prosta  $L$  ma równanie  $2x + 3y = 0$  napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt  $(2, 1)$  oraz:

1. równoległej do  $L$ ,
2. prostopadłej do  $L$ ,
3. tworzącej z  $L$  kąt  $45^\circ$ .