

The background is a light green gradient with various mathematical and geometric motifs. On the right side, there are several overlapping circular patterns, some resembling DNA double helices or complex graphs. Scattered throughout are smaller symbols like plus signs, circles, and lines, suggesting a network or molecular structure. The overall aesthetic is clean and scientific.

Spotkania z matematyką

nr 11

4 stycznia 2024

Nowy Rok

- 2024 – rozkład na czynniki pierwsze
- dzielniki liczby 2024: ...

Wzór na liczbę dzielników liczby naturalnej

- Ile dzielników mają liczby $2, 2^2, \dots, 2^\alpha$?
- Co się stanie, gdy zamiast 2 weźmiemy 3? ...
- Zatem liczba dzielników liczby p^α (p – liczba pierwsza) wynosi $\alpha + 1$.
- Zajmiemy się liczbami, które są iloczynami dwójek i trójek, czyli liczbami postaci $2^\alpha 3^\beta$.
- Liczba dzielników liczby $2^\alpha 3^\beta$ wynosi $(\alpha + 1)(\beta + 1)$. Odpowiedź nie zmieni się, gdy zamiast liczb 2, 3 weźmiemy dwie inne liczby pierwsze.

Wzór ogólny

Liczba dzielników liczby naturalnej n , gdzie $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ jest rozkładem liczby n na czynniki pierwsze, wynosi

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

Korzystając z tego wzoru, oblicz liczbę dzielników liczb: 100, 2024.

Zadanie przygotowawcze (z części 1):

Jaka jest najmniejsza nieparzysta liczba naturalna, która ma dokładnie 12 dzielników?

Zadanie przygotowawcze (z części 2):

Dane są liczby całkowite a i b , przy czym $a > b > 1$ oraz liczba b jest największym z tych dzielników liczby a , które są różne od a . Udowodnij, że liczba $a + b$ nie jest potęgą liczby 2 o wykładniku całkowitym.

Suma kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego

- Przypomnienie, co to jest ciąg geometryczny. Przykłady ciągów geometrycznych.
- Obliczymy eksperymentalnie sumę $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}$ dla różnych n :

$n = 1$, suma 1;

$n = 2$, suma $1 + 2 = 3$;

$n = 3$, suma $1 + 2 + 2^2 = 7$,

- Hipotezy? Wzór:

$$1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

Wzór ogólny

$$a_1 + a_1q + \dots + a_1q^{n-1} = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1},$$

o ile $q \neq 1$.

Jaki jest wzór dla $q = 1$?

Wyprowadzenie wzoru

$$S = a_1 + a_1q + \dots + a_1q^{n-1}$$

$$qS = a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^n$$

$$qS - S = a_1q^n - a_1$$

$$S = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Zadanie przygotowawcze (z części 1)

Chłopiec skacze, używając Pogo; pierwszy skok miał długość 1 stopy, drugi 2, trzeci 4 stóp, n -ty, 2^{n-1} stóp. Czy możliwe jest, aby chłopiec startujący z pewnego punktu przy dowolnym wyborze kierunku skoków, wrócił do punktu startowego?



ZD

1. Zadanie ze slajdu nr 5.

2. Rozwiąż zadanie o POGO.

3. W czasie I wojny światowej toczyła się bitwa w pobliżu pewnego zamku. Jeden z pocisków rozbił stojącą u wejścia statuetę rycerza z piką w ręku. Stało się to ostatniego dnia miesiąca. Iloczyn daty dnia, numeru miesiąca, wyrażonej w stopach długości piki, połowy wyrażonego w latach wieku dowódcy baterii strzelającej do zamku oraz połowy wyrażonego w latach czasu, jaki stała statua, równa się 451066. W którym roku postawiono statuetę?



KONKURS