The background is a light green gradient with various mathematical and geometric motifs. On the right side, there are several overlapping circular patterns, some resembling DNA double helices or complex network graphs. Scattered throughout are smaller symbols like plus signs, circles, and lines, suggesting a scientific or mathematical theme.

Spotkania z matematyką

nr 6

16 listopada 2023

PRAWDA czy FAŁSZ?

- $a < b \Rightarrow [a] < [b]$ F
- $[2a] < 2[a]$ F
- $2[a] \leq [2a]$ P: $[2a] = [2([a] + \{a\})] = [2[a] + 2\{a\}] \geq 2[a]$
- $[a + b] ? [a] + [b]$ $[a + b] = [[a] + \{a\} + [b] + \{b\}] = [a] + [b] + [\{a\} + \{b\}] \geq [a] + [b]$

Sufit (Ceiling)

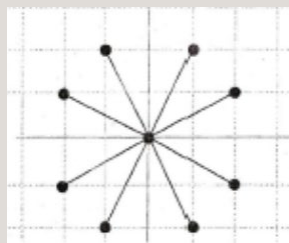
- Znajdź informacje o przyporządkowaniu (funkcji) sufit (ceiling).
- Przykłady: $\lceil 5 \rceil = 5$, $\lceil 0 \rceil = 0$, $\lceil -3 \rceil = -3$, $\lceil 2,5 \rceil = 3$, $\lceil -2,5 \rceil = -2$
- Słowna definicja: dla danej liczby rzeczywistej x , $\lceil x \rceil$ oznacza najmniejszą liczbę całkowitą większą lub równą x .

Równanie

Rozwiąż równanie $y^2 - 1 = 2^x$ w liczbach całkowitych.

Konik szachowy

W początku układu współrzędnych stoi konik szachowy, który w jednym skoku skacze dwa pola w lewo (lub prawo) i jedno pole w dół (lub do góry), albo jedno pole w lewo (lub prawo) i dwa pola w dół (lub do góry). Poniżej zaznaczono, w jakich punktach może znaleźć się konik szachowy, skacząc z punktu $(0,0)$.



Czy konik szachowy może doskoczyć z punktu $(0,0)$ do punktu $(6,7)$, wykonując parzystą liczbę skoków? Jeśli tak, podaj współrzędne kolejnych punktów, do których doskoczy konik. Jeśli nie, podaj uzasadnienie.

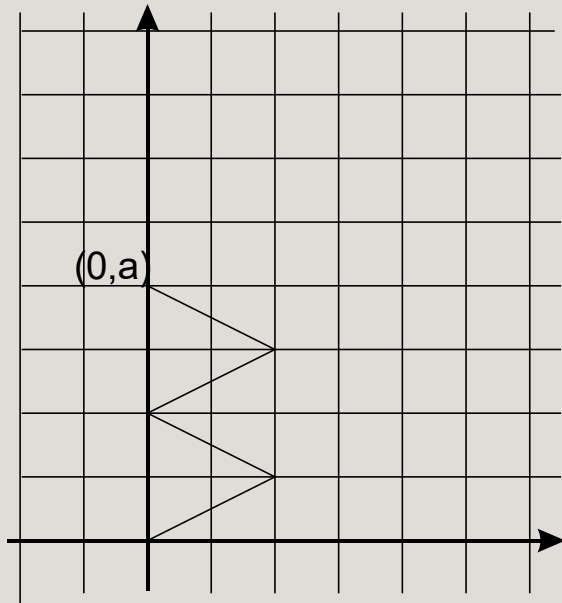
Konik szachowy (cd.)

Udowodnij, że z punktu $(0,0)$ ruchem konika szachowego można dojść do każdego punktu (a, b) w układzie współrzędnych, gdzie a, b są dowolnymi liczbami całkowitymi.

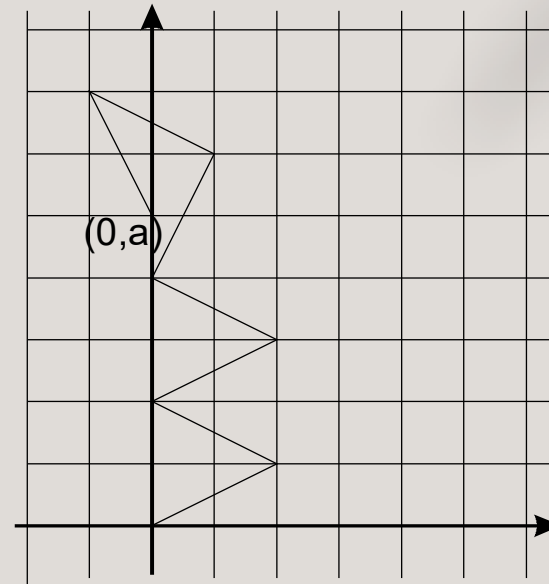
- Rozwiązując to zadanie, możemy ograniczyć się do punktów leżących w I ćwiartce układu współrzędnych lub na nieujemnych półosiach.
- Wasze próby dla: $(a, b) = (0,4)$, $(a, b) = (0,5)$, $(a, b) = (4,0)$, $(a, b) = (4,4)$.

Konik szachowy (cd.)

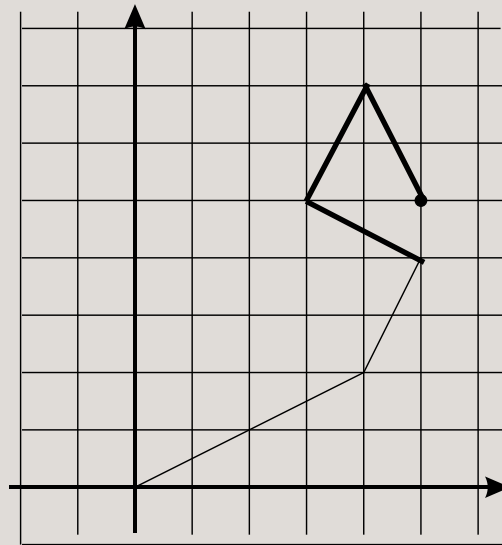
a - liczba parzysta



a - liczba nieparzysta



Konik szachowy (cd.)



Docieramy do jakiegoś punktu leżącego na tej samej linii pionowej co punkt (a, b) ; ten nowy punkt traktujemy jak początek układu współrzędnych (na rysunku $(a, b) = (5, 5)$, „nowy” początek układu współrzędnych to punkt $(5, 4)$). Dalej korzystamy z poprzednich rozważań.

ZD

- Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $y^2 - 1 = 3^x$ (wszyscy do oddania na kartkach za tydzień).
- Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n i dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność $n[a] \leq [na]$ (przyjrzyj się dokładnie rozumowaniu dla $n = 2$).
- Narysuj marszrutę konika szachowego dla (7,8).
- Narysuj wykres przyporządkowania sufit dla $x \in \langle -5,5 \rangle$.