The background is a light green gradient with various mathematical and geometric motifs. On the right side, there are several overlapping circular patterns, some resembling DNA double helices or complex network graphs. Scattered throughout are smaller symbols like plus signs, circles, and lines, suggesting a theme of mathematics or science.

# Spotkania z matematyką

nr 9

7 grudnia 2023

# Gratulacje dla Gabrysi

Uczniowie zakwalifikowani do zawodów II stopnia XIX OMJ (2023/24)

dodano dnia: 4.12.2023

4.	Bobowicz	Antoni Marek	8	Gdańska Autonomiczna Szkoła Podstawowa	Gdańsk
5.	Bobrowska	Gabriela	7	Szkoła Podstawowa nr 33 im. Stefana Banacha	Gdańsk
6.	Borowska	Agata Gabriela	7	Niepubliczna Szkoła Podstawowa dla Dziewcząt Fregata	Gdańsk

# ZD

Zastanów się, jak będzie wyglądał ruch żaby po wielu skokach (możesz zajrzeć na stronę <https://mat.ug.edu.pl/~matpz/Eksperymenty.html>).

Inne podejście; spójrzmy na rozwinięcia dziesiętne współrzędnych kolejnych pozycji żaby:

$$\frac{1}{2} = 0,5, \frac{1}{4} = 0,25, \frac{5}{8} = 0,625, \frac{5}{16} = 0,3125, \frac{21}{32} = 0,65625,$$
$$\frac{21}{64} = 0,328125, \frac{85}{128} = 0,6640625, \frac{85}{256} = 0,33203125$$

# ZD

Na osi liczbowej znajdują się dwa punkty A, B, punkt A ma współrzędną  $a$ , punkt B ma współrzędną  $b$  ( $a < b$ ). Jaką współrzędną ma punkt C taki, odcinek AC jest dwa razy krótszy niż odcinek CB?

$$(2a + b)/3$$

# ZD

Bank oferuje oprocentowanie 5% w skali roku. Oblicz, korzystając np. z programu EXCEL, po ilu latach włożona do tego banku roku kwota 1000 zł przyniesie co najmniej 1000 zł zysku.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1050	1103	1158	1216	1276	1340	1407	1477	1551	1629	1710	1796	1886	1980	2079

# Ciąg Fibonacciego

**Fibonacci**, Leonardo z Pizy (urodzony ok. 1175, zmarły 1250), znany także jako **Leonardo Fibonacci**, (Filius Bonacci – syn Bonacciego). Włoski matematyk, autor *Liber Abaci* (*Księga Liczydła*).



# Zadanie z książki Fibonacciego

*Mamy parę królików. Każda para płodzi nową parę w ciągu miesiąca, a ta nowa para staje się zdolna do rozrodu po upływie miesiąca. Zakładamy, że króliki nie zdychają. Ile będzie par po roku, czyli po 12 miesiącach?*

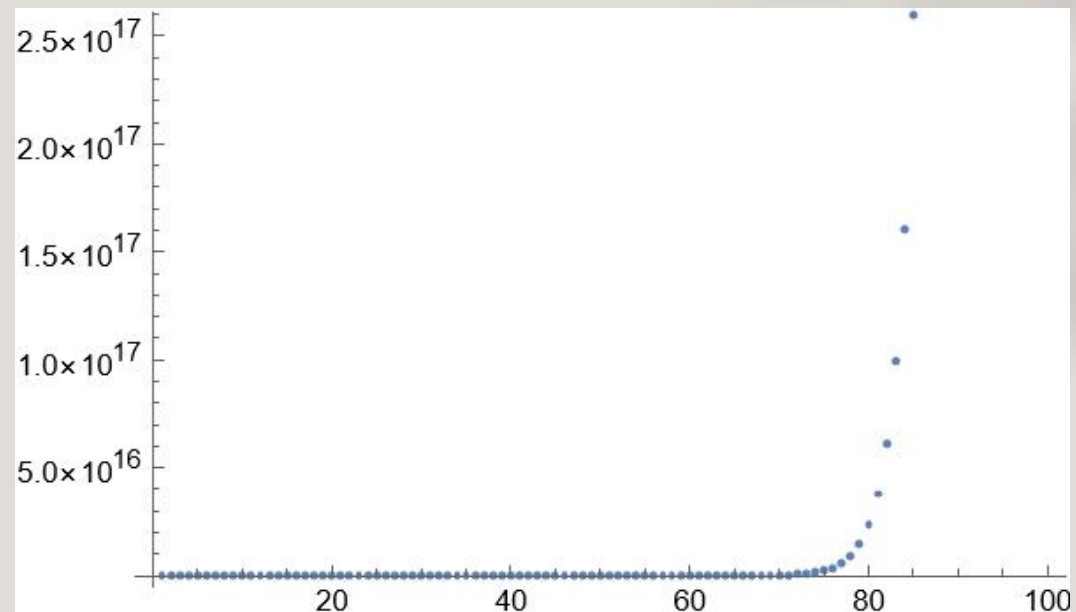
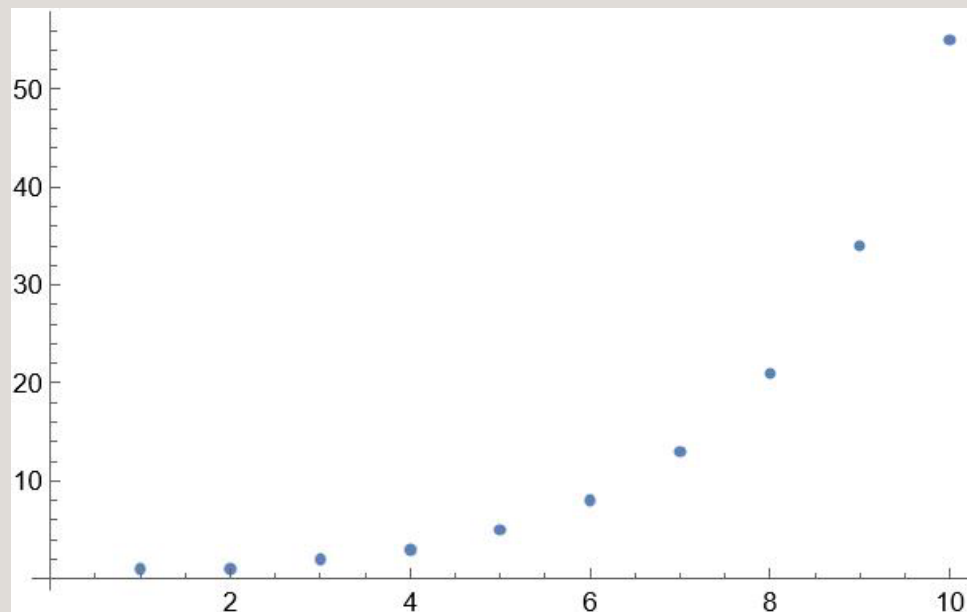
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

# Ciąg Fibonacciego – wzór Bineta

- wzór Bineta  $f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$
- Sprawdź, że wzór Bineta zachodzi dla  $n = 1$ .



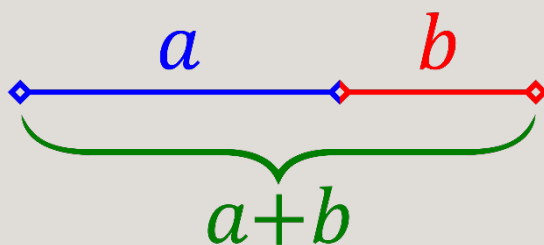
# Ciąg Fibonacciego – wykresy



Z wykresu po prawej stronie możemy wywnioskować, że wartości kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego dążą do nieskończoności.

# Ciąg Fibonacciego – złota liczba

Złoty podział - podział odcinka na dwie części tak, by stosunek długości dłuższej z nich do krótszej był taki sam, jak całego odcinka do części dłuższej.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}; \frac{a}{b} = x; 1 + \frac{1}{x} = x$$

- Stąd otrzymujemy równanie, którego jednym z pierwiastków jest właśnie **złota liczba** równa  $(1 + \sqrt{5})/2$ , którą można odnaleźć w architekturze, botanice i ekonomii.
- Warto zaznaczyć, że przybliżenia złotej liczby można obliczać, biorąc stosunek kolejnych liczb Fibonacciego.

# ZD

1. Znajdź przybliżenie złotej liczby do piątego miejsca po przecinku.
2. Wygeneruj 50 początkowych liczb Fibonacciego w EXCELU.
3. Sprawdź prawdziwość wzoru Bineta dla  $n = 2$ .