

Zagadnienia na egzamin licencjacki 2021/2022 dla MMAD

Na egzaminie licencjackim dla kierunku **Modelowanie matematyczne i analiza danych**, ustalona została zasada:

- **DWA PYTANIA** z poniższego zestawu zagadnień oraz **JEDNO PYTANIE** z zagadnień omawianych na seminarium licencjackim,
- lub
- **TRZY PYTANIA** z poniższego zestawu zagadnień (w przypadku braku prowadzącego seminarium w składzie komisji).

Analiza matematyczna

1. Granica ciągu liczbowego, definicja liczby e , twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
2. Definicja zbieżności szeregu liczbowego, n -ta suma częściowa, n -ta reszta.
3. Kryteria zbieżności szeregów.
4. Definicje Heinego i Cauchy'ego granicy funkcji w punkcie (w różnych przypadkach – skończonych i nieskończonych).
5. Definicje Heinego i Cauchy'ego ciągłości funkcji w punkcie.
6. Własności funkcji ciągłych określonych na przedziale domkniętym.
7. Pochodna w punkcie funkcji jednej zmiennej. Różniczkowalność a ciągłość.
8. Pochodna sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji różniczkowalnych.
9. Pochodna złożenia, pochodna funkcji odwrotnej.
10. Twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego.
11. Reguła de l'Hospitala.
12. Twierdzenie Taylora.
13. Ciągi funkcyjne. Zbieżność punktowa a zbieżność jednostajna ciągów funkcyjnych.
14. Szeregi funkcyjne. Kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej.
15. Szeregi potęgowe. Promień zbieżności, przedział zbieżności.
16. Szereg Taylora, szereg Maclaurina. Funkcje rozwijalne w szereg potęgowy.
17. Całka nieoznaczona funkcji ciągłej. Podstawowe metody całkowania.
18. Konstrukcja całki Riemanna. Całki niewłaściwe.
19. Zbieżność ciągów, zbiory domknięte i otwarte w przestrzeni euklidesowej.
20. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych w przestrzeniach euklidesowych.
21. Pochodna funkcji wielu zmiennych w punkcie. Pochodna a ciągłość funkcji.
22. Pochodne cząstkowe. Związek między pochodną a pochodnymi cząstkowymi.
23. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarz'a.
24. Warunki konieczny i dostateczny dla ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
25. Twierdzenie Fubini'ego dla całki Riemanna na płaszczyźnie.
26. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce Riemanna funkcji wielu zmiennych.
27. Rozwiązywanie równań różniczkowych rzędu pierwszego o zmiennych rozdzielonych.
28. Rozwiązywanie liniowych równań różniczkowych rzędu pierwszego.

Algebra liniowa

1. Definicja grupy.
2. Definicja pierścienia.
3. Pierścień wielomianów.
4. Definicja ciała.
5. Ciało liczb zespolonych.
6. Metody rozwiązywania układów równań liniowych.
7. Baza przestrzeni liniowej.
8. Wymiar przestrzeni liniowej.
9. Macierz przekształcenia liniowego.
10. Związek między wymiarami jądra i obrazu przekształcenia liniowego.

11. Rząd macierzy.
12. Twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego.
13. Wyznacznik macierzy i jego własności.
14. Twierdzenie Cramera.
15. Iloczyn skalarny
16. Długość wektora i kąt między wektorami
17. Bazy ortogonalne.
18. Kryterium Sylwestera.

Matematyka dyskretna

1. Systemy liczbowe. System binarny i operacje arytmetyczne w nim.
2. Zliczanie obiektów kombinatorycznych (wariacje z powtórzeniami i bez, permutacje, kombinacje).
3. Zasada włączania i wyłączania (wersja ogólna). Zasada szufladkowa Dirichleta.
4. Podzielność liczb. Relacja kongruencji. Algorytm Euklidesa.
5. Grafy nieskierowane i skierowane. Drzewa. Grafy eulerowskie i hamiltonowskie.

Algorytmy i struktury danych

1. Podstawowe struktury danych: stos, kolejka, lista.
2. Kopce binarne, ich zastosowania i złożoność podstawowych operacji.
3. Struktury danych oparte na drzewach.
4. Drzewa poszukiwań binarnych, podstawowe operacje i ich złożoność.
5. Algorytmy sortujące i ich złożoność czasowa.
6. Metody konstruowania algorytmów: dziel i zwyciężaj, programowanie dynamiczne, strategia zachłanna.

Rachunek prawdopodobieństwa

1. Przestrzeń probabilistyczna.
2. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór Bayesa i wzór na prawdopodobieństwo całkowite.
3. Schemat Bernoulliego i rozkład dwumianowy.
4. Rozkład normalny i reguła 3 sigm.
5. Zmienna losowa, dystrybuanta i rodzaje rozkładów prawdopodobieństwa.
6. Wartość oczekiwana, wariancja i nierówność Czebyszewa.
7. Niezależność zdarzeń i zmiennych losowych.
8. Prawo wielkich liczb.
9. Centralne twierdzenie graniczne.

Statystyka

1. Dystrybuanta empiryczna i histogram próby losowej.
2. Średnia i wariancja empiryczna próby losowej.
3. Mediana i kwartyle próby losowej.
4. Rozkłady chi-kwadrat, t-Studenta, F-Snedecora i ich związek z rozkładem normalnym.
5. Model statystyczny.
6. Estymatory nieobciążone, zgodne i efektywne.
7. Lemat Neymana-Pearsona.
8. Estymatory punktowe dla wartości oczekiwanej i wariancji próby losowej prostej.
9. Testowanie parametrów modeli statystycznych z przykładami.
10. Metoda najmniejszych kwadratów i jej zastosowanie w statystyce.
11. Regresja liniowa prosta i wieloraka. Przykłady.
12. Estymatory największej wiarygodności (MLE) w regresji liniowej.
13. Analiza wariancji jedno- i dwuczynnikowa.