

Zagadnienia na egzamin magisterski 2021/2022 dla MATEMATYKA

Zagadnienia na egzamin magisterski na kierunku **Matematyka**

Poniższe zagadnienia nie są pytaniami na egzaminie magisterskim, lecz tematami, których znajomość będzie wymagana na egzaminie. Ponadto będą zadawane pytania z pracy magisterskiej i tematyki ściśle z nią związanej.

Algebra

1. Przestrzeń liniowa, baza i wymiar.
2. Odwzorowania liniowe i ich macierze. Rząd macierzy, wyznacznik, wartości i wektory własne.
3. Grupy i ich homomorfizmy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe. Twierdzenie Lagrange'a.
4. Pierścienie i ciała. Ideał, pierścień ilorazowy. Ideały pierwsze i maksymalne.

Analiza matematyczna II

1. Przestrzenie mierzalne, funkcje mierzalne. Przestrzenie z miarą.
2. Miara Lebesgue'a w \mathbb{R}^n , konstrukcja i własności.
3. Twierdzenia graniczne: tw. Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, lemat Fatou, tw. Lebesgue'a o zbieżności zmajorzowanej.
4. Konstrukcja całki Lebesgue'a. Funkcje całkowalne i ich własności.
5. Związek całki Lebesgue'a z całką Riemanna.
6. Twierdzenie Fubiniego. Zasada Cavalieriego.
7. Twierdzenie o zamianie zmiennych i jego konsekwencje.

Analiza funkcjonalna

1. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Banacha. Przykłady przestrzeni Banacha nieskończonego wymiaru.
2. Operatory ograniczone w przestrzeniach Banacha, norma operatora, przykłady.
3. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Hilberta. Przestrzenie $L^p(a,b)$, l^p .
4. Operator sprzężony, samosprzężony, unitarny w przestrzeni Hilberta, przykłady.

Rachunek prawdopodobieństwa

1. Przestrzeń probabilistyczna, definicja i własności.
2. Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń.
3. Zmienne losowe typu dyskretnego i ciągłego. Rozkład zmiennej losowej. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.

Równania różniczkowe

1. Twierdzenie Peano i twierdzenia stosowane w jego dowodzie.
2. Twierdzenie Picarda i twierdzenia stosowane w jego dowodzie.
3. Postać rozwiązań liniowego równania różniczkowego n-tego rzędu o stałych współczynnikach.
4. Macierz fundamentalna dla układu liniowego i jej zastosowania.

Topologia

1. Przestrzenie metryczne.
2. Odwzorowania ciągłe w przestrzeniach metrycznych. Homeomorfizmy.
3. Zwarte przestrzenie metryczne. Własności przestrzeni zwartych.
4. Przestrzenie metryczne zupełne. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym.

Pytania z licencjatu:

1. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych.
2. Pochodna funkcji i jej związki z pochodnymi cząstkowymi.
3. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów funkcji.
4. Zamiana zmiennych w całkach wielokrotnych i krzywoliniowych.
5. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcji.
6. Twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego.
7. Podobieństwo macierzy kwadratowych. Wartości i wektory własne macierzy podobnych.
8. Postać Jordana macierzy.