

## Zagadnienia na egzamin magisterski 2021/2022 dla MMAD

Zagadnienia na egzamin magisterski na kierunku **Modelowanie matematyczne i analiza danych**

*Poniższe zagadnienia nie są pytaniami na egzaminie magisterskim, lecz tematami, których znajomość będzie wymagana na egzaminie. Ponadto będą zadawane pytania z pracy magisterskiej i tematyki ściśle z nią związanej.*

### Zaawansowana analiza matematyczna

1. Przestrzenie mierzalne, funkcje mierzalne. Przestrzenie z miarą.
2. Miara Lebesgue'a w  $\mathbb{R}^n$ , konstrukcja i własności.
3. Twierdzenia graniczne: tw. Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, lemat Fatou, tw. Lebesgue'a o zbieżności zmajoryzowanej.
4. Konstrukcja całki Lebesgue'a. Funkcje całkowalne i ich własności.
5. Związek całki Lebesgue'a z całką Riemanna.
6. Twierdzenie Fubiniego. Zasada Cavalieriego.
7. Twierdzenie o zamianie zmiennych i jego konsekwencje.

### Analiza funkcjonalna

1. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Banacha. Przykłady przestrzeni Banacha nieskończonego wymiaru.
2. Operatory ograniczone w przestrzeniach Banacha, norma operatora, widmo i jego podział.
3. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Hilberta. Przestrzenie  $L^2([a,b])$  i  $l^2$ .
4. Operator sprzężony, samosprzężony, unitarny w przestrzeni Hilberta, przykłady.

### Procesy stochastyczne

1. Rodzaje zbieżności ciągu zmiennych losowych i relacje między nimi.
2. Proces Poissona i jego podstawowe własności.
3. Proces Markowa: definicja, własności, funkcja przejścia.
4. Czasy Markowa.
5. Łańcuchy Markowa: klasyfikacja stanów i rozkłady stacjonarne.

### Równania różniczkowe fizyki matematycznej

1. Regularne zagadnienie Sturm-Liouville'a, jego funkcje i wartości własne oraz zastosowania.
2. Częstkowe równanie liniowe pierwszego rzędu i jego związek z układem charakterystycznym.
3. Częstkowe równanie liniowe drugiego rzędu i jego forma charakterystyczna. Klasyfikacja form charakterystycznych.
4. Zagadnienie początkowe dla równania falowego. Zasada lokalnej zależności i zasada Huygensa w przestrzeni trójwymiarowej.

5. Zagadnienie brzegowe Dirichleta i Neumanna dla równania Laplace'a. Zasada maksimum dla równania Laplace'a a jednoznaczność rozwiązań zagadnienia Dirichleta.
6. (Zredukowane) zagadnienie początkowe oraz zagadnienie początkowo-brzegowe dla równania przewodnictwa cieplnego. Zasada maksimum dla jednorodnego równania przewodnictwa cieplnego.

### Pytania z licencjatu

1. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych.
2. Pochodna funkcji i jej związki z pochodnymi cząstkowymi.
3. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów funkcji.
4. Zamiana zmiennych w w całce Riemanna funkcji wielu zmiennych.
5. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcji.
6. Metody rozwiązywania układów równań liniowych.
7. Podobieństwo macierzy kwadratowych. Wartości i wektory własne macierzy podobnych.
8. Symetryczne odwzorowania dwuliniowe i stowarzyszone z nimi formy kwadratowe. Określoność formy kwadratowej.