

## Zagadnienia na egzamin magisterski 2022/2023 dla kierunku MATEMATYKA

*Poniższe zagadnienia nie są pytaniami na egzaminie magisterskim, lecz tematami, których znajomość będzie wymagana na egzaminie. Ponadto będą zadawane pytania z pracy magisterskiej i tematyki ściśle z nią związanej.*

### Analiza matematyczna II

1. Przestrzenie mierzalne, funkcje mierzalne. Przestrzenie z miarą.
2. Miara Lebesgue'a w  $\mathbb{R}^n$ , konstrukcja i własności.
3. Twierdzenia graniczne: tw. Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, lemat Fatou, tw. Lebesgue'a o zbieżności zmajoryzowanej.
4. Konstrukcja całki Lebesgue'a. Funkcje całkowalne i ich własności.
5. Związek całki Lebesgue'a z całką Riemanna.
6. Twierdzenie Fubinięgo. Zasada Cavalieriego.
7. Twierdzenie o zamianie zmiennych i jego konsekwencje.

### Analiza funkcjonalna

1. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Banacha. Przykłady przestrzeni Banacha nieskończonego wymiaru.
2. Operatory ograniczone w przestrzeniach Banacha, norma operatora, przykłady.
3. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Hilberta. Przestrzenie  $L^p(a,b)$ ,  $l^p$ .
4. Operator sprzężony, samosprzężony, unitarny w przestrzeni Hilberta, przykłady.

### Pytania z licencjatu:

### Analiza matematyczna

1. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych.
2. Pochodna funkcji i jej związki z pochodnymi cząstkowymi.
3. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów funkcji.
4. Zamiana zmiennych w całkach wielokrotnych i krzywoliniowych.
5. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcji.

### Algebra liniowa i algebra

1. Przestrzeń liniowa, baza i wymiar.
2. Twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego.
3. Odwzorowania liniowe i ich macierze. Rząd macierzy, wyznacznik, wartości i wektory własne.
4. Grupy i ich homomorfizmy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe. Twierdzenie Lagrange'a.
5. Pierścienie i ciała. Ideał, pierścień ilorazowy. Ideały pierwsze i maksymalne.

## **Rachunek prawdopodobieństwa**

1. Przestrzeń probabilistyczna, definicja i własności.
2. Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń.
3. Zmienne losowe typu dyskretnego i ciągłego. Rozkład zmiennej losowej. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.

## **Topologia**

1. Przestrzenie metryczne.
2. Odwzorowania ciągłe w przestrzeniach metrycznych. Homeomorfizmy.
3. Zwarte przestrzenie metryczne. Własności przestrzeni zwartych.
4. Przestrzenie metryczne zupełne. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym.

## **Równania różniczkowe**

1. Twierdzenia Picarda i Peano.
2. Postać rozwiązań liniowego równania różniczkowego n-tego rzędu o stałych współczynnikach.
3. Macierz fundamentalna dla układu liniowego i jej zastosowania.