

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: gimnazjum

ĆWIERĆFINAŁ

1. Podaj, ile dzielników naturalnych ma liczba $231^2 - 1$.
2. Cyfra setek pewnej liczby trzycyfrowej wynosi 2. Jeśli tę cyfrę przeniesiemy na koniec, to otrzymamy liczbę o 25% mniejszą od początkowej. Podaj liczbę początkową.
3. W okręgu o środku O promieniu 12 cm poprowadzono dwie równoległe cięciwy AB i CD . Oblicz odległość między nimi, wiedząc, że miary kątów środkowych AOB i COD wynoszą odpowiednio 120° i 60° .

4. Czy równanie

$$(x + 2^{2016})^2 - (x - 2^{2016})^2 = 2^{2018}$$

ma rozwiązanie będące liczbą całkowitą?

5. Andrzej i Bartek biegają po owalnej bieżni o długości 600 m . Startują jednocześnie z tego samego miejsca i jeśli biegną w tym samym kierunku, to Andrzej dubluje Bartka po 20 minutach. Jeśli zaś biegną w przeciwnych kierunkach, to mijają się po 3 minutach. Z jaką prędkością, wyrażoną w km/h , biegnie każdy z nich?

6. Czy liczba

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{100}}$$

jest niewymierna?

7. W trapezie środek jednego ramienia połączono z końcami drugiego ramienia. Część trapezu znajdująca się pomiędzy dorysowanymi odcinkami stanowi trójkąt o polu $7\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Ile wynosi pole trapezu?
8. Liczbę naturalną nazwijmy *idealnie poskładaną*, jeśli jest równa sumie iloczynu i sumy swoich cyfr. Podaj wszystkie idealnie poskładane liczby dwucyfrowe.
9. Znajdź najmniejsze cztery kolejne liczby naturalne nieparzyste, których suma jest podzielna przez 13.
10. Trzej bracia rozpakowali torebkę cukierków i każdy wziął z niej tyle cukierków, ile miał lat. Najmłodszy, ośmioletni, był niezadowolony z podziału i zaproponował poprawkę do niego. Zatrzymał połowę swojej części, a drugą połowę rozdał po równo braciom. Następnie średni brat zatrzymał połowę z posiadanych w tym momencie cukierków, a drugą połowę rozdał po równo braciom. Na koniec analogicznie postąpił najstarszy z braci. Wtedy okazało się, że wszyscy mają tyle samo cukierków. Ile lat ma każdy z braci?