

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: szkoła podstawowa

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Do ponumerowania stron trzeciego tomu poezji "Marzenia trójkąta równobocznego" użyto 1896 cyfr. Ile stron ma ta książka?
2. Liczba a jest większa od liczby b o 30. Liczba c jest większa od a o 4, zaś liczba d jest większa od b o 2. Ile wynosi różnica liczb c i d ?
3. Turysta wyszedł z Sopotu i szedł z prędkością 5 km na godzinę. Po półtorej godziny w ślad za nim wystartował kolarz i dogonił go po 30 minutach. Z jaką prędkością jechał kolarz?
4. Jeżeli liczbę dwa tysiące pomnożymy przez siebie dwukrotnie, a potem otrzymany wynik pomnożymy jeszcze przez trzy tysiące, to jaką liczbę otrzymamy?
5. W trójkącie równoramionym jeden z kątów ma miarę cztery razy mniejszą niż drugi. Ile stopni ma każdy z kątów tego trójkąta?
6. Jak wiadomo, rok zwykły ma nieparzystą liczbę dni. W którym dniu roku zwykłego przypada jego środkowy dzień? Podaj numer dnia i miesiąc.
7. Połowa pewnej liczby jest o 54 mniejsza od dwukrotności tej liczby. Co to za liczba?
8. Przez jaką liczbę należy podzielić liczbę 27, aby otrzymać resztę 3?
9. Wewnątrz kwadratu $ABCD$ obrano punkt M taki, że trójkąt ABM jest równoboczny. Ile stopni ma kąt CMD ?
10. Kwotę 640 złotych wypłacono banknotami o nominałach 20 zł i 50 zł. Wiadomo, że jednego rodzaju banknotów było o 4 mniej niż drugiego. Ile był banknotów każdego rodzaju?

PMM – rok szkolny 2015/2016 – poziom: szkoła podstawowa
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Na strony oznaczone liczbami jednocyfrowymi użyto 9 cyfr, następnie $2 \cdot 90 = 180$ cyfr na strony ponumerowane liczbami dwucyfrowymi. Na kolejne numery - już trzycyfrowe - użyto $1896 - (180 + 9) = 1707$ cyfr. Czyli tych stron było $1707 : 3 = 569$. Ostatnią stroną była zatem strona o numerze $99 + 569 = 668$.
2. Sytuację najlepiej przedstawić na osi liczbowej. Widzimy wtedy, że $c - d = 32$.
3. Do momentu spotkania turysta szedł przez 2 godziny z prędkością 5 km/h. Przeszedł zatem 10 km. Rowerzysta przemierzył te 10 km w pół godziny, zatem miał prędkość 20 km/h.
4. Zadanie sprowadza się do obliczenia: $2000 \cdot 2000 \cdot 2000 \cdot 3000$, co daje $24 \cdot 10^{12}$, czyli dwadzieścia cztery biliony.
5. Należy rozważyć dwa przypadki. Albo układ kątów jest postaci $4x, 4x, x$ albo $x, x, 4x$. Zatem albo $9x = 180^\circ$ albo $6x = 180^\circ$, co daje $x = 20^\circ$ lub $x = 30^\circ$. Ostatecznie są dwa rozwiązania: $80^\circ, 80^\circ, 20^\circ$ lub $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.
6. Musimy wyliczyć datę 183. dnia roku. Ponieważ pierwsze 6 miesięcy roku mają w sumie $31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 = 181$ dni, to dniem 183 jest dzień drugiego lipca.
7. Rozwiązanie możemy uzyskać np. z równania $\frac{1}{2}x + 54 = 2x$, które daje $x = 36$. Ciekawsze jest posłużenie się rysunkiem: szukana liczba to koło, a skoro dwa koła to połówka koła plus 54, to pół koła musi być równoważne $54 : 3 = 18$. Zatem całe koło to 36.
8. Jeśli liczba 27 ma w wyniku dzielenia dawać resztę 3, to dzielnik musi być większy niż 3 i musi dzielić liczbę 24. Liczba 24 ma tylko 5 dzielników większych od 3: 4, 6, 8, 12, 24.
9. Ponieważ trójkąt ABM jest równoboczny, to wszystkie jego kąty mają po 60° , a zatem kąty MAD i MBC mają po 30° . Są to kąty przy wierzchołku w dwóch przystających trójkątach równoramiennych MAD i MBC , czyli kąty przy podstawach tych trójkątów mają po 75° . Ostatecznie miara kąta CMD wynosi: $360^\circ - (60^\circ + 2 \cdot 75^\circ) = 150^\circ$.
10. Należy rozważyć dwa przypadki. W pierwszym zakładamy, że to banknotów 20-złotowych było o 4 mniej. Wtedy, gdybyśmy dorzucili 4 banknoty 20-złotowe (tak, aby było po tyle samo banknotów każdego rodzaju), to kwota wzrosłaby do sumy 720, ale ta kwota nie dzieli się przez $20 + 50$, czyli ten przypadek nie jest możliwy. W drugim przypadku zakładamy, że to banknotów 50-złotowych było o 4 mniej. Wtedy, gdybyśmy dorzucili 4 banknoty 50-złotowe (tak, aby było po tyle samo banknotów każdego rodzaju), to kwota wzrosłaby do sumy 840, co podzielone na $20 + 50$ daje 12. W takim razie banknotów 20-złotowych było 12, a 50-złotowych było 8.