

Prof. dr hab. Anna Kamont  
Instytut Matematyczny PAN  
Oddział w Gdańsku

Gdańsk, 8 czerwca 2018

## Przestrzenie Sobolewa

### *Propozycja wykładu*

Przestrzenie Sobolewa odgrywają podstawową rolę we współczesnej analizie matematycznej. W uproszczeniu, przestrzenie Sobolewa  $W_p^m(\Omega)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , są to przestrzenie funkcji zadanych na obszarze  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , których pochodne do rzędu  $m$  należą do  $L^p(\Omega)$ . W literaturze spotyka się różne równoważne definicje przestrzeni Sobolewa: przy użyciu pochodnych dystrybucyjnych, jako uzupełnienie funkcji gładkich na  $\Omega$  w normach Sobolewa bądź w terminach analizy fourierowskiej (to ostatnie, w przypadku przestrzeni Sobolewa na  $\mathbb{R}^n$ ). Badając przestrzenie Sobolewa, w naturalny sposób dochodzi się do przestrzeni Besowa: pojawiły się one przy badaniu śladów funkcji z przestrzeni Sobolewa, tj. zawężeń funkcji z  $W_p^m(\Omega)$  do brzegu obszaru  $\Omega$ , a także jako przestrzenie interpolacyjne między przestrzeniami Sobolewa w metodzie interpolacji rzeczywistej.

Celem wykładu będzie przedstawienie podstawowych własności przestrzeni Sobolewa:

1. Różne definicje przestrzeni Sobolewa i ich równoważność.
2. Relacje pomiędzy przestrzeniami Sobolewa z różnymi parametrami: twierdzenie Sobolewa o włożeniu, twierdzenie Rellicha–Kondrachova o zwartym włożeniu.
3. Twierdzenia o gładkim rozszerzaniu funkcji z  $W_p^m(\Omega)$  do  $W_p^m(\mathbb{R}^n)$ .
4. Przestrzenie Besowa i ślady funkcji z przestrzeni Sobolewa.

W miarę pozostałego czasu, mam zamiar poruszyć wybrane spośród poniższych zagadnień:

- Interpolacja rzeczywista i zespolona przestrzeni Sobolewa.
- Bazy falkowe w przestrzeniach Sobolewa i Besowa.
- Przestrzenie Sobolewa na przestrzeniach metrycznych – podstawowe pojęcia.

## Literatura

- [1] R.A. Adams, Sobolev Spaces. Academic Press, 1975.  
Drugie wydanie: R.A. Adams, J.J.F. Fournier, Sobolev spaces. AP 2003.
- [2] J. Bergh, J. Löfström, Interpolation Spaces. An Introduction. Springer, 1976  
(tłumaczenie rosyjskie Mir, 1980).
- [3] J L.C. Evans, Równania różniczkowe cząstkowe. PWN 2002.  
Tłumaczenie z angielskiego, dane oryginału: Partial Differential Equations, AMS 1998.
- [4] J J. Heinonen, Lectures on analysis on metric spaces. Springer 2001.
- [5] V.G. Maz'ja, Sobolev Spaces. Springer, 1985
- [6] Y. Meyer, Wavelets and Operators. Cambridge Univ. Press, 1992.