

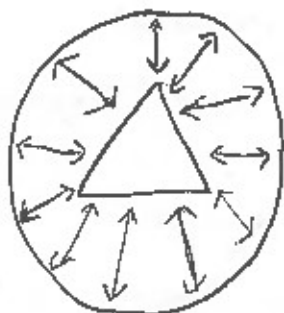
Dr hab. Andreas Zastrow, prof. UG ..... Kwiecień 2019  
pok. 45 (tel. w 2594, od miasto: 58-523-2594)  
email: zastrow@mat.ug.edu.pl

## Seminarium z niskowymiarowej topologii

— seminarium licencjackie —

### Ogólne opis tematu.

Topologia jest tą częścią matematyki, która bada przestrzeni. Metryzowalne przestrzeni topologiczne (duża większość przestrzeni na tym seminarium będzie metryzowalna) są przestrzeniami metrycznymi, ale tylko z dokładnością do homeomorfizmów, t. zn. do ciągłych bijekcji. Dlatego topologidzy nie muszą odróżniać między okręgami i trójkątami, bo istnieją takie ciągłe rzuty między nimi jak w rys. 1. Istotnie, taki standardowe niezmienniki geometryczne jak odległości, kąty, krzywizny nie są niezmiennikami topologicznymi. Ale parę własności jest, na przykład “ilość dziur” w bryłach i ich powierzchniach w rys. 2. Jeden z zadań dla naszego seminarium może być rozumienie dlaczego. Bo “brak fantazji aby skonstruować homeomorfizm” nie liczy się jako argument w matematyce, dowód tego faktu zwykle wymaga skonstruowanie algebraicznych niezmienników.



Interesują nas wymiary dwa i trzy. W tych wymiarach można wyobrazić sobie przestrzeni dość dobrze, jak, na przykład, te powierzchnie z rys. 2, albo trójwymiarowa przestrzeń wszystkich punktów, które nie leżą na takiej zawiązanej linii jak pokazywane na rys. 3. Praca z rysunkami i obrazami jest dość ważna w tej teorii. Ale mimo tego teo-

ria nie jest trywialna, zawsze trzeba rozumieć jakie własności rysunku odpowiadają stałym w algebry, jakie zmiennym, i jakie nie są własnościami przedstawionej przestrzeni, ale tylko własnościami konkretnej reprezentacji, n.p. konkretnej włożenia. Dla nas rysunki są tak ważne w tej dziedzinie, bo część teorii węzłów jest czystą kombinatoryką na podstawie diagramów jak n.p. rys. 3. Więc można znaleźć tematy dla referatów nawet dla kandydacy bez przygotowania z topologii.

### Inne warunki ramowych.

Kontynuacja jako seminarium magisterskie będę ofertywać, jeśli są wymagane. W wypadku, że państwo są zainteresowani w kontynuacji rekomenduje, że ci uczestnicy, którzy nie jeszcze słuchali “Topologia I” lub “Geometria z Topologią”, próbują jednocześnie to słyszeć.

### Program seminarium.

To jest prowizoryczny program, dokładni program będą ustalić na podstawie ilości, zainteresowań i indywidualnych przygotowań uczestników (które naturalnie zależy od tym, z jakiej specjalności państwo przechodzą)

[Motywacja proponowanego programu jest następująca obserwacja:  
Dla każdego wymiaru standardowa okrągła sfera rozcina  $\mathbb{R}^2$  na dwa kawałki, tzw. “wnętrze” i “zewnątrze”. To łatwo pokazać się jako zastosowanie twierdzenia o wartościach pośrednich. Dodatkowo, wnętrze okrągłej sfery jest według definicji dyskiem, i (jak łatwo można pokazać z rzutu stereograficznego) zewnątrz sfery jest homeomorficzne z “dyskiem minus punktu”. Intuicja podpowiada nam, że tak powinno być dla każdej  $(n - 1)$ -wymiarowej sfery zanurzonej do  $\mathbb{R}^n$ . Dotyczący własność rozcinań, to staje się prawdziwe, i to jest treści twierdzenia Jordana. Ale dotyczący własność, jak muszą wyglądać kawałki, nasza naturalna intuicja jest tylko poprawna dla wymiaru dwa (to jest treści twierdzenia Schönfliesa), ale nie koniecznie dla wymiaru trzy. W wymiarze trzy, każda zanurzona sfera jeszcze rozcina się, ale kawałki może już być niehomeomorficzne z dyskiem lub dyskiem minus punktu. Celem tego seminarium może być rozumienie odpowiednich wyników w wymiarze dwa, i dlaczego te wyniki nie zostają prawdziwe, jeśli chodzimy do wymiaru trzy. Możliwe podział referatów jest następujące:]

- 1.) Twierdzenie Schönflies’a dla łamanych;
- 2.) Dowód, że każda dziedzina Jordan’a jest jednostajnie lokalnie łukowo spójnie;
- 3.) Konstrukcja linii rozcięcia dla domkniętych krzywych w płaszczyźnie;
- 4.) Twierdzenie Schönflies’a dla dowolnych ciągłych krzywych;
- 5.) Wprowadzenie pojęcia “Przedstawienie grup”, “Iloczyn wolny grup” i “Iloczyn wolny z amalgamacji”;
- 6.) Kombinatorycznie wprowadzenie grupy podstawowej;
- 7.) Homotopia dróg & odwzorowań, ściągłość wypukłych przestrzeni;
- 8.) topologicznie wprowadzenie grupy podstawowej;
- 9.) Zgodność kombinatorycznej i topologicznej definicji grupy podstawowej dla kompleksów;
- 10.) Definicja & nietrywialność zewnątrz sfery rogatej.

#### Inne Uwagi.

Indywidualne życzenia programowe mogą też próbować wbudować w program seminarium. Standardowe wypadek jest, jeśli państwo w ciągu swoich studiów słyszeli o ciekawych wynikach w matematyce, które państwo chcą lepiej rozumieć, i które pokrywają się moją dziedziną (topologia – łącznie punktami, gdzie topologia się dotyka z innych dziedzinach matematyki jak kombinatoryka, algebra, analiza, teorii miar, budowanie algorytmów). W tym wypadku proszę o kontaktowanie się z mną wcześniej, najlepiej przed końcem wakacji.

