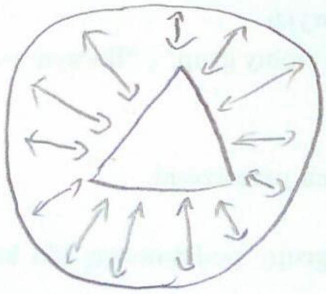
Dr hab. Andreas Zastrow, prof. UG ....
pok. 45 (tel. w 2495, od miasto: 58-523-2495)
email: zastrow@mat.ug.edu.pl

Seminarium z niskowymiarowej topologii

— seminarium licencjackie —

Ogólne opis tematu.

Topologia jest tą częścią matematyki, która bada przestrzeni. Metryzowalne przestrzeni topologiczne (duża większość przestrzeni na tym seminarium będzie metryzowalna) są przestrzeniami metrycznymi, ale tylko z dokładnością do homeomorfizmów, t. zn. do ciągłych bijekcji. Dlatego topologidzy nie muszą odróżniać między okręgami i trójkątami, bo istnieją takie ciągłe rzuty między nimi jak w rys. 1. Istotnie, taki standardowe niezmienniki geometryczne jak odległości, kąty, krzywizny nie są niezmiennikami topologicznymi. Ale parę własności jest, na przykład "ilość dziur" w bryłach i ich powierzchniach w rys. 2. Jeden z zadań dla naszego seminarium może być rozumienie dlaczego. Bo "brak fantazji aby skonstruować homeomorfizm" nie liczy się jako argument w matematyce, dowód tego faktu zwykle wymaga skonstruowanie algebraicznych niezmienników.



Interesują nas wymiary dwa i trzy. W tych wymiarach można wyobrazać sobie przestrzeni dość dobrze, jak, na przykład, te powierzchnie z rys. 2, albo trójwymiarowa przestrzeń wszystkich punktów, które nie leżą na takiej zawiązanej linii jak pokazywane na rys. 3. Praca z rysunkami i obrazami jest dość ważna w tej teorii. Ale mimo tego teoria nie jest trywialna, zawsze trzeba rozumieć jakie własności rysunku odpowiadają stałym w algebry, jakie zmiennym, i jakie nie są własnościami przedstawienej przestrzeni, ale tylko własnościami konkretnej representacji, n.p. konkretnej włożenia. Dla nas rysunki są tak ważne w tej dzidzienie, bo część teorii węzłów jest czystą kombinatoryką na podstawie diagramów jak n.p. rys. 3. Więc można znaleść tematy dla pierwszych referatów nawet dla kandidacy bez przygotowania z topologii, pod warunkiem że oni jednocześnie słychają oni odpowiednich wykładów.

Inne warunki ramowych.

Kontinuacja jako seminarium magisterskie będę oferywać, jeśli są wymaganie. Uczestnicy, które nie jeszcze słuchali "Topologia I", mają obowiązek chodzić jednocześnie na ten wykład.

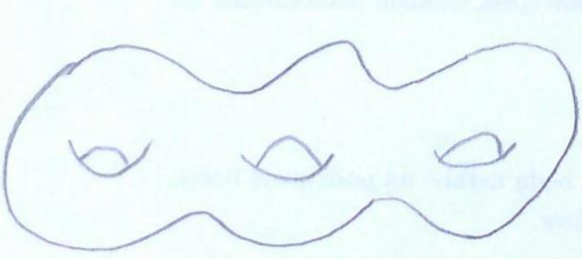
Program seminarium.

To jest prowizoryczny program, dokładni program będą ustalić na podstawie ilości, zainteresowań i indywidulanych przygotowań uczestników.

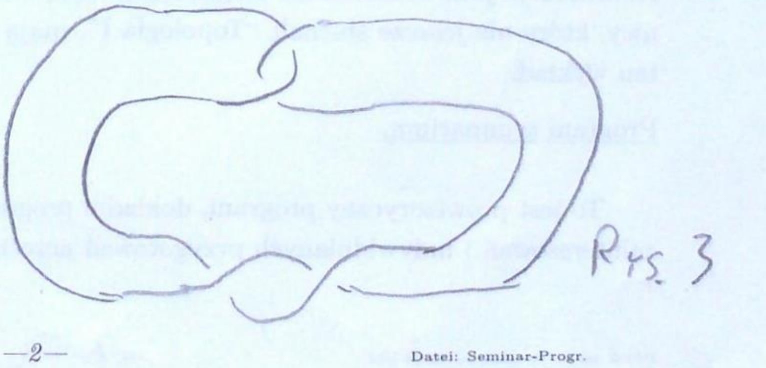
[Motywowacja proponowanego programu jest następującego obserwacja: Dla każdego wymiaru standardowa okręgła sfera rozcina $\mathbb{R}^2$ na dwa kawałki, tzw. "wnętrze" i "zewnętrze". To łatwo pokaże się jako zastosowanie twierdzenie o wartościach pośrednich. Dodadtkowo, wnętrze okręłej sfery jest według definicji dysku, i (jak łatwo można pokazać z rzutu stereograficznego) zewnętrze sfery jest homeomorficzne z "dyskiem minus punktu". Intuicja podpowiada nam, że tak powinno być dla każdej sfery zanurzonej do $\mathbb{R}^n$. Dotyczący własność rozcinania, to staje się prawdziwe, i to jest treści twierdzenia Jordana. Ale dotyczący własność, jak muszą wyglądać kawałki, nasza naturalna intuicja jest tylko poprawna dla wymiaru dwa (to jest treści twierdzenia Schönfliesa), ale nie koniecznie dla wymiaru trzy. W wymiarze trzy, każda zanurzona sfera jeszcze rozcina się, ale kawałki może już być niehomeomorficzne z dyskiem lub dyskiem minus punktu. Celem tego seminanium może być rozumienie odpowiednich wyników w wymiarze dwa, i dlaczego te wyniki nie zostają prawdziwe, jeśli chodzimy do wymiaru trzy. Możliwe podział referatów jest następujące:]

1.) Twierdzenie Schönflies'a dla łamanych.
2.) Dowód, że każda dziedzina Jordan'a jest jednostajnie lokalnie łukowo spójnie,
3.) Konstrukcja linii rozcięcia dla domkniętych krzywych w płaszczyźnie.
4.) Twierdzenie Schönflies'a dla dowolnych ciąglych krzywych.
5.) Wprowadzenie pojęcia "Przedstawenie grup", "Iloczyn wolny grup" i "Iloczyn wolny z amalgamacji"
6.) kombinatorycznie wprowadzenie grupy podstawowej
7.) Homotopia dróg & odwzorowań, ściągalność wypukłych przestrzeni.
8.) Topologicznie wprowadzenie grupy podstawowej
9.) Zgodność kombinatoricznej i topologicznej definicji grupy podstawowej dla kompleksów.
10.) Definicja & nietrywialność zewnątrza sfery rogatej.

<u>Inne Uwagi.</u>
Indywidulane życzenia programowe mogę też próbować wbudować w program seminarium. Standardowe wypadek jest, jeśli państwo w ciągu swoich studiów słyszeli o ciekawych wynikach w matematyce, które państwo chcą lepiej rozumieć, i które pokryją się moją dziedziną (topologia – łącznie punktami, gdzie topologia się dotyka z innych dziedzinach matematyki jak kombinatoryka, algebra, analiza, teorii miar, budowanie algorytmów). W tym wypadku proszę o kontaktowanie się z mną wcześniej, najlepiej przed końcem wakacji.



Rys. 2



Rys 3