

KARDYNAŁY I ORDYNAŁY

SEMINARIUM LICENCJACKIE

PROWADZĄCY: RAFAŁ FILIPÓW

Liczby kardynalne (zwane kardynałami) i liczby porządkowe (zwane ordynałami) są podstawowymi pojęciami współczesnej teorii mnogości. Najbardziej znanymi liczbami kardynalnymi są \aleph_0 (alef zero) i \mathfrak{c} (continuum). Pierwsza z tych liczb jest mocą zbioru liczb naturalnych, a druga jest mocą zbioru liczb rzeczywistych. Twórca teorii mnogości G. Cantor udowodnił, że $\aleph_0 < \mathfrak{c}$ oraz postawił hipotezę (zwaną hipotezą continuum), że nie ma żadnej liczby kardynalnej pomiędzy \aleph_0 i \mathfrak{c} . Później K. Gödel i P. Cohen udowodnili, że z aksjomatów teorii mnogości ani nie wynika hipoteza continuum, ani nie wynika negacja tej hipotezy tzn. hipoteza continuum jest zdaniem niezależnym od aksjomatów teorii mnogości.

Celem seminarium jest zapoznanie uczestników z podstawowymi własnościami liczb porządkowych i kardynalnych.

Program

1. Liczby porządkowe
 - (a) Zbiory tranzytywne i liczby porządkowe
 - (b) Liczba ω , liczby porządkowe skończone
 - (c) Typy porządkowe zbiorów dobrze uporządkowanych
 - (d) Rekursja pozaskończona i hierarchia zbiorów
 - (e) Arytmetyka liczb porządkowych
2. Liczby kardynalne
 - (a) Liczba kardynalna zbioru
 - (b) Suma i iloczyn liczb kardynalnych
 - (c) Liczby kardynalne regularne i singularne
 - (d) Potęgowanie liczb kardynalnych

Literatura podstawowa

1. A. Błaszczyk, S. Turek „Teoria mnogości”

Literatura uzupełniająca

1. K. Ciesielski „Set Theory for the Working Mathematician”
2. W. Guzicki, P. Zakrzewski „Wykłady ze wstępu do matematyki”
3. T. Jech „Set Theory”
4. W. Just, M. Weese „Discovering Modern Set Theory”
5. K. Kuratowski, A. Mostowski „Teoria mnogości wraz ze wstępem do opisowej teorii mnogości”