

Seminarium licencjackie  
**Osobliwości i Algorytmy**  
(Zbigniew Szafraniec)

Jednym z najważniejszych celów analizy matematycznej jest badanie lokalnych własności funkcji różniczkowalnych. Np. ważna jest umiejętność rozstrzygnięcia, czy punkt  $x$  jest ekstremum lokalnym. Dobrze znany jest warunek konieczny istnienia ekstremum:  $x$  musi być punktem krytycznym, tzn.  $df(x) = 0$ . Wiadomo również, że warunek konieczny nie jest dostateczny, tzn. istnieją punkty krytyczne które nie są ekstremami lokalnymi.

Dlatego należy szukać metod pozwalających badać zachowanie funkcji w pobliżu punktów krytycznych. Prace poświęcone temu problemowi doprowadziły do powstania nowej gałęzi matematyki - **teorii osobliwości** - opartej na połączeniu analizy różniczkowej i teorii pierścieni.

Celem seminarium będzie wprowadzenie podstawowych metod pozwalających badać punkty krytyczne oraz udowodnienie kilku podstawowych twierdzeń teorii osobliwości. Na seminarium zostaną wprowadzone i omówione takie pojęcia i tematy jak:

- pierścień kielków funkcji i jego algebraiczne własności
- kielki skończenie determinowane,
- kowymiar kielków
- klasyfikacja kielków niskiego kowymiaru
- klasyfikacja "katastrof"
- zastosowania teorii osobliwości

W ostatnich latach intensywnie rozwijają się badania nad efektywnymi algorytmami które mogą być stosowane w teorii osobliwości. Na seminarium będą wprowadzone podstawy teorii takich algorytmów, w szczególności teorii baz Gröbnera. Uczestnicy seminarium będą poznawać i uczyć się używać istniejące już pakiety programów, jak SINGULAR, pozwalające na efektywne implementacje tych algorytmów.

Od uczestników wymaga się znajomości podstawowych pojęć i metod algebry. Uczestnikami mogą być studenci matematyki wszystkich specjalności.

**Prace licencjackie uczestników seminarium, oprócz przedstawienia części teoretycznej, będą wymagały samodzielnego napisania prostych programów komputerowych wykorzystujących SINGULAR.**

Program seminarium będzie oparty o treści przedstawione na stronie:  
<http://mat.ug.edu.pl/~szafran/katastrofy.pdf>.

Literatura pomocnicza:

1. V.I. Arnold, S.M. Gusein-Zade, A.N. Varchenko, Singularities of differentiable maps, Vol.1, 2, Birkhauser, Boston 1985
2. T. Brocker, L.Lander, Differentiable germs and catastrophes, London Math. Soc., Lectures Notes Series 17 (dostępny jest przekład rosyjski)
3. S.Janeczko, Wybrane zagadnienia teorii katastrof, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1996
4. A. Okniński, Teoria katastrof w chemii, PWN 1990
5. R. Thom, Parabole i katastrofy, Rozmowy o matematyce, nauce i filozofii z Giulio Giorello i Simoną Morini, PWN 1991