KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Algebra

Kod ECTS

11.1.0366

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	pierwszego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

prof. dr hab. Grzegorz Gromadzki

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Ćw. audytoryjne: 60 godz., Wykład: 60 godz.

Liczba punktów ECTS

11

Cykl dydaktyczny

2019/2020 letni, 2020/2021 zimowy

Status przedmiotu

obowiązkowy

Język wykładowy

polski

Metody dydaktyczne

- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin ustny
- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

>50% dst; >60% dst plusp; >70% dobry; >80% dobry plus; >90% bardzo dobry

Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
	Wiedza			
K_W01	+			
K_W03	+			
K_W04	+			
K_W08	+			
K_W09	+			
	Umiejętności			
K_U01		+		
K_U03		+		
K_U04		+		
K_U08	+			
K_U09	+			
	Kompetencje			
K_K01			+	
K_K02				+
K_K04			+	
K_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Obecność na ćwiczeniach i wykładzie.

B. Wymagania wstępne

Zaliczenie przedmiotów pierwszego roku studiów.

Cele kształcenia

Poznanie podstawowych pojęć algebraicznych i twierdzeń opisujących własności tych pojęć i związków między nimi.

Treści programowe

Teoria Grup

- Pojęcie grupy, podgrupy, przykłady, warstwy grupy względem podgrupy a klasy abstrakcji pewnej relacji równoważności, twierdzenie Lagrange'a.
- Homomorfizmy grup, jądro i jego własności, podgrupy normalne, konstrukcja grupy ilorazowej, twierdzenia o izomorfizmach dla grup, informacje o grupach prostych.
- Podgrupa i generowana przez podzbiór swoich elementów, domknięcie normalne; twierdzenia o istnieniu i postaci.
- Grupa wolna.
- Przedstawienie grupy przy pomocy generatorów i relacji, informacje o tzw. fundamentalnych problemach Dehna kombinatorycznej teorii grup.
- Wewnętrzna i zewnętrzna suma prosta, związki między tymi pojęciami.
- Twierdzenie o strukturze skończenie generowanych grup abelowych.
- Działanie grupy na zbiorze, przykłady działań, identyfikacja znanych pojęć teorio-grupowych w języku działań, twierdzenie Cauchy'ego, twierdzenia Sylowa
- Informacje o grupach rozwiązalnych i twierdzeniach Halla (bez dowodów)
- Twierdenie Cayleya o podgrupach grup permutacji.

Teoria Pierścieni

- Pojęcie pierścienia, podpierścienia, homomorfizm pierścieni i jego podstawowe własności, jądro
- Ideał, ideał pierwszy, ideał maksymalny związki między nimi, konstrukcja pierścienia ilorazowego, twierdzenie o izomorfizmie dla pierścieni.
- Ideał generowany przez podzbiór pierścienia, jego istnienie i postać, w szczególności postać ideału głównego.
- Twierdzenia o charakteryzacji ideałów pierwszych i maksymalnych w terminach pierścieni ilorazowych, ideały pierwsze a maksymalne w pierścieniach ideałów głównych bez dzielników zera.
- Twierdzenie Chińskie o resztach i wnioski z niego
- Funkcja Eulera i jej własności.
- System multyplikatywny, przykłady systemów multyplikatywnych i lokalizacja pierścienia względem systemu multyplikatywnego, ciało ułamków.
- Lokalizacja pierścienia ze względu na system multyplikatywny wyznaczony przez ideał pierwszy,
- Pierścienie lokalne i ich charakteryzacja w terminach elementów nieodwracanych, przykłady z topologii i analizy.

- Nilradykał i jego charakteryzacja terminach ideałów pierwszych.
- Konstrukcja pierścienia wielomianów, stopień wielomianu i jego własności, dzielenie wielomianów z resztą, wielomiany a funkcje wielomianowe.
- Elementy geometrii algebraicznej: pojęcie zbioru algebraicznego, twierdzenia o odpowiedniości między ideałami a zbiorami algebraicznymi - ideały radykalneoraz ideały rzeczywiste i ich rola, topologia Zariskiego, rozkładalność zbiorów algebraicznych.
- Pierścienie noetherowskie, charakteryzacja i rola w geometrii algebraicznej, twierdzenia Hilberta o bazie (z dowodem) i zerach (bez dowodu) i wnioski z nich.
- Dzielniki zera, elementy odwracalne, elementy nierozkładalne i elementy pierwsze w pierścieniu.
- Teoria rozkładalności: dziedziny z jednoznacznym rozkładem na czynniki nierozkładalne, twierdzenie o dziedzinach z jednoznacznym rozkładem, dziedziny ideałów głównych a dziedziny z jednoznacznym rozkładem., pierścienie euklidesowe, ideały w pierścieniach euklidesowych, algorytm Euklidesa, przykłady pierścieni z jednoznacznym rozkładem (pierścień liczb całkowitych, pierścień wielomianów jednej zmiennej nad ciałem, pierścień liczb Gaussa.
- Wielomiany nierozkładalne i kryteria nierozkładalności.
- Teoria rozkładalności w pierścieniach wielomianów n zmiennych nad ciałem.

Teoria Ciał

- Rozszerzenia ciał, stopień rozszerzenia, elementy algebraiczne, stopień elementu algebraicznego, wieża rozszerzeń i twierdzenie o stopniu wieży, postać rozszerzenia ciała o element algebraiczny i przestępny; informacje o liczbach przestępnych.
- Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności domknięcia algebraicznego ciała.
- Konstrukcja i własności ciała rozkładu wielomianu.
- Twierdzenie o elemencie pierwotnym rozszerzenia (w charakterystyce zero).
- Charakterystyka ciała, automorfizm Frobeniusa, twierdzenia o pierwiastkach wielomianów, pierwiastki i pierwiastki pierwotne z jedynki, twierdzenie o cykliczności grupy pierwiastków z jedynki w ciele.
- Twierdzenie o cykliczności multyplikatywnej grupy ciała skończonego, twierdzenie o istnieniu i strukturze ciał skończonych.

Wykaz literatury

1. A. Białynicki-Birula, *Algebra,* PWN (wiele wydań).
2. A. Białynicki-Birula, *Zarys Algebry,* PWN 1987.
3. S. Lang, *Algebra,* PWN 1973.
4. M. Bryński, J. Jurkiewicz, *Zbiór zadań z algebry,* PWN 1985.

Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)

Zna podstawowe obiekty algebraiczne i związki między nimi. Rozumie dowody twierdzeń dotyczące tych związków i potrafi podać ich idee i szkice. Potrafi wskazać lub skonstruować przykłady obiektów algebraicznych posiadających pewne konkretne własności lub też uzasadnić, że obiekty takie nie istnieją. Dla danego obiektu potrafi zbadać jego własności; na przykład czy grupa jest przemienna lub cykliczna, czy podgrupa jest normalna, ideał jest główny, maksymalny albo pierwszy a dane odwzorowanie jest homomorfizmem, epimorfizmem, monomorfizmem lub izomorfizmem. Potrafi policzyć jądro homomorfizmu, wykazać nierozkładalność wielomianu, uzasadnić izomorficzność lub nieizomorficzność pewnych obiektów etc. Posiada pewną umiejętność abstrakcyjnego myślenia - w szczególności potrafi postrzegać obiekty izomorficzne jako tożsame.

Wiedza

Zna podstawowe pojęcia algebraiczne, związki między nimi oraz twierdzenia o nich wymienione szczegółowo w Treściach programowych.
(K_W01, K_W03, K_W04, K_W08, K_W09)

Umiejętności

Potrafi dowodzić poznane twierdzenia, potrafi wskazywać lub konstruować przykłady obiektów algebraicznych spełniających konkretne własności lub też uzasadnić nieistnienie takich obiektów. Dla danego obiektu potrafi zbadać jego własności; na przykład czy grupa jest przemienna, cykliczna, czy ideał jest główny, maksymalny albo pierwszy a dane odwzorowanie jest homomorfizmem, epimorfizmem, monomorfizmem lub izomorfizmem. Potrafi zauważać obecność elementów algebry w innych dziedzinach matematyki oraz stosować algebraiczną wiedzę w tych dziedzinach: na przykład pierścień lokalny punktu na rozmaitości w topologii czy pierścienie funkcyjne w analizie. Posiada pewne nawyki abstrakcyjnego myślenia - w szczególności potrafi postrzegać obiekty izomorficzne jako tożsame.
(K_U01, K_U03, K_U04, K_U08, K_U09)

Kompetencje społeczne (postawy)

Student
- zna ograniczenie własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego ksztalcenia - K_K01
- potrafi precyzyjnie formułować pytania służące pogłębianiu tematu - K_K02
- rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej - K_K04
- potrafi formułować opinie na temat poznanych zagadnień matematycznych - K_K06

Kontakt

grom@mat.ug.edu.pl