UNIWERSYTET GDAŃSKI

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Analiza matematyczna

Kod ECTS

11.1.0363

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	pierwszego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka ekonomiczna
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

dr Barbara Wolnik; dr Jacek Gulgowski; dr Marta Frankowska; dr Maciej Mroczkowski; prof. UG, dr hab. Rafał Filipów; Marta Kwela; prof. UG, dr hab. Antoni Augustynowicz; dr Nikodem Mrożek; dr Marek Hałenda; dr Maciej Niebrzydowski; prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Ćw. audytoryjne: 180 godz., Wykład: 180 godz.

Liczba punktów ECTS

33

Cykl dydaktyczny

2016/2017 zimowy, 2016/2017 letni, 2017/2018 zimowy

Status przedmiotu

obowiązkowy

Język wykładowy

polski

Metody dydaktyczne

- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Ocena postawy studenta	Aktywność w dyskusji
	Wiedza			
K_W01	+			
K_W02	+			
K_W03	+			
K_W07	+			
K_W08	+			
K_W09	+			
	Umiejętności			
K_U01		+		
K_U02		+		
K_U03		+		
K_U07		+		
K_U08	+			
K_U09	+			
	Kompetencje			
K_K01			+	
K_K02				+
K_K04			+	
K_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

B. Wymagania wstępne

Typowy kurs szkoły średniej

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.

Treści programowe

Semestr I:

1. Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy zbiorów.
2. Ciągi liczb rzeczywistych. Pojęcie ciągu, ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Granica ciągu, tw. o granicach sum, iloczynów i ilorazów ciągów zbieżnych, tw. o trzech ciągach, granice ciągów monotonicznych. Warunek Cauchy'ego. Punkty skupienia ciągu, granica dolna i górna. Granice niewłaściwe. Przykłady ciągów występujących w ekonomii.
3. Szeregi liczbowe. Zbieżność i suma szeregu, szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Szereg harmoniczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Kryteria Dirichleta, Abela i Leibniza. Mnożenie szeregów.
4. Funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Definicja Cauchy'ego i Heinego granicy i ciągłości funkcji. Ciągłość jednostajna. Własności funkcji ciągłej na przedziale domkniętym. Granice niewłaściwe.
5. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Pochodna, jej sens geometryczny, fizyczny i ekonomiczny. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej. Tw. Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora, reszty Lagrange'a, Cauchy'ego i Peano. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum lokalnego. Zastosowania rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji. Tw. de l'Hospitala. Elastyczność funkcji, interpretacja ekonomiczna.

Semestr II:

1. Całka funkcji jednej zmiennej. Definicja całki oznaczonej Reimanna i jej podstawowe własności. Całkowalność funkcji ciągłej. Oszacowania całki, całkowe twierdzenia o wartości średniej. Pojęcie funkcji pierwotnej. Całka nieoznaczona. Związek całki oznaczonej i nieoznaczonej. Podstawowe metody całkowania. Przybliżone obliczanie całek oznaczonych. Całki niewłaściwe, kryteria zbieżności, związek z szeregami. Funkcje Gamma i Beta Eulera. Krzywa Gaussa (gęstość standardowego rozkładu normalnego).
2. Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i jednostajna. Szeregi potęgowe, ich promień i przedział zbieżności. Różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych. Szeregi Fouriera. Podstawowe własności szeregów Fouriera.

Semestr III:

1. Podstawowe topologiczne i geometryczne własności przestrzeni euklidesowych. Własności normy i iloczynu skalarnego.
2. Funkcje wielu zmiennych. Granice i ciągłość.
3. Pochodne funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, pochodna kierunkowa, pochodna (różniczka) - związki pomiędzy tymi pojęciami.

4. Pochodne wyższych rzędów, tw. Schwartza o przemienności różniczkowania cząstkowego. Wzór Taylora, ekstrema lokalne.
5. Odwzorowania R^n w R^m , jakobian, dyfeomorfizm, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie. Twierdzenie o funkcjach uwikłanych. Ekstrema warunkowe, metoda mnożników Lagrange' a.
6. Całka Riemanna w R^2 i R^3 (oraz R^k), tw. o całkach iterowanych, tw. o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej.
7. 1- i 2-formy. Całka z 1- i 2-form. Twierdzenia Grena i Stokes'a.

Wykaz literatury

1. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982.
2. W. Dubnicki, J. Kłopotowski, T. Szapiro, Analiza matematyczna. Podręcznik dla ekonomistów, PWN Warszawa 1999
3. G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom I, II i III. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
4. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.
5. K. Kuratowski Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1973
6. F. Leja Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1979
7. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.
8. K. Jankowska, T. Jankowski, Zbiór zadań z matematyki, Wydawnictwo PG, Gdańsk 2003L.
9. Górniewicz, R. Ingarden. Analiza matematyczna dla fizyków. Wyd. UMK, Toruń 1996.
10. A. Birkholc: Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. PWN W-wa, 1995.

Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)	**Wiedza**
	Student • zna definicje liczb rzeczywistych (aksjomatyczną oraz jako przekroje Dedekinda zbioru liczb wymiernych), zna przykłady liczb niewymiernych (algebraicznych i przestępnych) – w tym liczby e, zna pojęcie zbioru ograniczonego. Zna zasadę indukcji matematycznej. Zna podstawowe definicje związane z pojęciami ciągu i szeregu liczbowego, granicy i ciągłości funkcji oraz zna definicje i interpretacje geometryczną i fizyczną pochodnej funkcji jednej zmiennej. Zna podstawowe twierdzenia teorii ciągów liczbowych (w tym Tw. Bolzano-Weierstrassa) oraz szeregów liczbowych, zna podstawowe twierdzenia związane z pojęciami granicy i ciągłości funkcji oraz podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej. Zna podstawowe definicje związane z pojęciami całki nieoznaczonej i oznaczonej funkcji jednej zmiennej oraz ciągu i szeregu funkcyjnego (w tym szeregu potęgowego, szeregu Maclaurina i szeregu Fouriera), zna podstawowe twierdzenia rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej oraz dotyczące zbieżności punktowej i jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych. Zna podstawowe pojęcia geometryczne i metryczne w przestrzeniach R^k (iloczyn skalarny, moduł, różne normy). Zna pojęcie ciągłości odwzorowań oraz podstawowe własności odwzorowań ciągłych wielu zmiennych (w tym twierdzenie Weirestrassa o osiąganiu kresów funkcji ciągłej na zbiorach zwartych). Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego w przestrzeniach R^k (pochodna, pochodne cząstkowe oraz kierunkowe), zna warunek dostateczny różniczkowalności funkcji wielu zmiennych. Zna definicję drugiej pochodnej oraz definicję pochodnych cząstkowych wyższych rzędów, zna twierdzenie Taylora dla funkcji wielu zmiennych (dla n=2), zna definicję odwzorowań klasy C^n, zna definicję ekstremum lokalnego oraz warunki konieczny i dostateczny istnienia ekstremum lokalnego w punkcie, zna pojęcie ekstremum warunkowego oraz warunek konieczny istnienia ekstremum warunkowego (metoda mnożników Lagrange'a). Zna twierdzenia o rózniczkowalności odwzorowania odwrotnego, o lokalnym odwracaniu odwzorowań oraz o funkcji uwikłanej. Zna definicję całki Riemanna z funkcji określonej na dowolnym ograniczonym podzbiorze R^k, zna charakteryzację obszarów, na których funkcje ciągłe są całkowalne (jako obszarów otwartych i ograniczonych, dla których brzeg ma miarę Jordana zero); zna definicję całki niewłaściwej funkcji określonej na zbiorach nieograniczonych. Zna pojęcie całki iterowanej oraz twierdzenia pokazujące związek całki iterowanej z całką Reimanna, zna twierdzenie o zamianie zmiennych w całce Reimanna. Zna definicje 1-form oraz 2-form różniczkowych; zna definicje całek z 1-form po krzywych oraz 2-form po powierzchniach, zna twierdzenia Greena oraz Stokes'a - K_W02, K_W08, K_W09 • zna podstawowe pojęcia logiki matematycznej i teorii mnogości występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_W01 • zna podstawowe pojęcia algebry liniowej i geometrii analitycznej występujące w

poznanych twierdzeniach i ich dowodach- K_W03
- zna podstawowe definicje topologiczne w przestrzeniach R^k (zbieżność ciągów, zbiory otwarte, domknięte, zwarte) - K_W07

Umiejętności

Student
- potrafi przeprowadzić rozumowanie stwierdzające wymierność czy niewymierność przykładowych liczb rzeczywistych, potrafi znaleźć kresy zbioru ograniczonego, umie przeprowadzić dowody metodą indukcji, potrafi definiować ciągi i funkcje rekurencyjne. Potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać granice ciągów liczbowych i badać ich własności z wykorzystaniem różnych technik (w tym ciągów zadanych wzorami rekurencyjnymi), zbadać zbieżność szeregu (bezwzględną i warunkową) i obliczyć jego sumę, obliczać granice funkcji w punkcie i badać jej ciągłość oraz ciągłość jednostajną. Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej w zagadnieniach związanych z poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. Umie wyjaśnić analityczny i geometryczny sens całki nieoznaczonej i oznaczonej funkcji jednej zmiennej. Potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać całki oznaczone i nieoznaczone funkcji jednej zmiennej z wykorzystaniem różnych technik (w tym przez części i przez podstawienie), zbadać zbieżność punktową i jednostajną ciągu i szeregu funkcyjnego, zna warunki dostateczne i potrafi rozwijać funkcje w szereg Maclaurina i w szereg Fouriera. Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej w zagadnieniach związanych z obliczaniem pól powierzchni płaskich, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. Potrafi wskazać przykłady poznanych pojęć matematycznych w ekonomii oraz użyć poznanej teorii do rozwiązania zagadnień ekonomicznych. Potrafi wykazać podstawowe własności oraz związki pomiędzy podstawowymi pojęciami geometrycznymi i metrycznymi w przestrzeniach R^k (w szczególności lemat Schwarza), umie stosować charakteryzację zbieżności jako zbieżności po współrzędnych, potrafi udowodnić związki pomiędzy pojęciami: pochodna, pochodne cząstkowe oraz kierunkowe. Umie udowodnić warunek konieczny różniczkowalności funkcji wielu zmiennych. Umie zastosować poznane twierdzenia dotyczące ekstremów do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych. Potrafi – w prostych i średnio trudnych przypadkach – wyliczyć zadaną całkę Reimanna, całkę iterowaną, umie wykorzystać do obliczania całek zamiany zmiennych związane ze współrzędnymi biegunowymi, sferycznymi oraz walcowymi. Umie obliczać odpowiednie całki krzywoliniowe oraz powierzchniowe - K_U02, K_U08, K_U09
- poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami logiki matematycznej, teorii mnogości i topologii występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_U01, K_U07
- poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami algebry liniowej i geometrii analitycznej występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_U03
- potrafi wskazać przykłady zastosowań poznanych pojęć i metod matematycznych w ekonomii oraz wykorzystać poznaną teorię do rozwiązania zagadnień ekonomicznych - K_U09

Kompetencje społeczne (postawy)

Student
- rozumie potrzebę dalszego kształcenia - K_K01
- potrafi formułować pytania służące pogłebianiu tematu - K_K02
- rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej - K_K04
- potrafi formułować opinie na temat poznanych zagadnień matematycznych - K_K06

Kontakt

Barbara.Wolnik@mat.ug.edu.pl