

## Propozycja seminarium licencjackiego: Rachunek różniczkowy i całkowy ułamkowego rzędu.

dr Jacek Gulgowski

Pomysły na zdefiniowanie pochodnej rzędu niecałkowitego pojawiają się w matematyce praktycznie od momentu narodzin samego rachunku różniczkowego i całkowego, i związane są z nazwiskami tak znaczącymi dla analizy matematycznej jak Leibniz, Bernoulli czy l'Hospital. Wyliczankę znanych nazwisk można kontynuować – w kolejnych stuleciach pomysły rzucali i rozwijali Euler, Fourier, Abel, Liouville, Riemann... Zabawa jednak nie kończy się w wieku XIX – temat jest ciągle żywy i intensywnie rozwijany. Prace nad tymi zagadnieniami są obecnie prowadzone dwutorowo: z jednej strony rozwijana jest matematyczna teoria rachunku różniczkowego i całkowego ułamkowego rzędu, z drugiej strony teoria ta znajduje liczne zastosowania w budowie modeli matematycznych opisujących przeróżne zjawiska obserwowane w przyrodzie. Otóż okazuje się, że pochodne ułamkowego rzędu służyć mogą do modelowania zjawisk, które wymykają się standardowym opisom. Odpowiednie równania różniczkowe rzędu całkowitego doskonale opisują np. zjawiska dyfuzji bądź zjawiska falowe – nie nadają się jednak do opisu zjawisk, które nie są ani dyfuzją ani falą – a może raczej są trochę dyfuzją, a trochę rozchodzeniem się fali...

I tak w ciągu ostatnich 50 lat rachunek różniczkowy i całkowy ułamkowego rzędu znalazł swoje miejsce w opisie tzw. anomalnej dyfuzji, a w ciągu ostatnich 20 lat pojawiła się, z kolei, spora liczba prac wykorzystująca rachunek różniczkowy rzędu niecałkowitego w elektrodynamice (tu inspiracją, oczywiście zakorzenioną w fizyce, były pewne zjawiska występujące w dielektrykach). To tylko dwa z wielu przykładów pokazujących jak ten – wiekowy już w sumie – formalizm matematyczny zdobywa swe miejsce w modelowaniu zjawisk obserwowanych w przyrodzie.

**Czym będziemy się zajmować?** Popracujemy nad różnymi definicjami całki i pochodnej rzędu ułamkowego: Riemanna-Liouvillea, Caputo, Marchaud, Grünwalda-Letnikova. Będziemy zastanawiać się czym te definicje się różnią, jakie są zakresy ich stosowalności, jak działają na pewne wybrane funkcje. Przekonamy się, że związki pomiędzy tymi definicjami są nietrywialne i prowadzą do bardzo ciekawych pytań. Może uda nam się popatrzeć również na równania różniczkowe ułamkowego rzędu oraz na metody numeryczne związane z pochodnymi i całkami ułamkowego rzędu.

## Literatura

- [1] K. B. and Spanier Oldham J., *The Fractional Calculus*, Academic Press, Academic Press, New York, 1974.
- [2] S. G. Samko and A. A. Kilbas and O. I. Marichev, *Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications*, Gordon and Breach, New York, 1993.
- [3] A. A. Kilbas and H. M. Srivastava and J. J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, Elsevier Science, 2006.
- [4] F. Zeng C. Li, *Numerical Methods for Fractional Calculus*, Chapman and Hall//CRC, 2015.