

Propozycja seminarium licencjackiego: Węzły i ich niezmienniki dr Maciej Mroczkowski

Zajmiemy się badaniem węzłów matematycznych, które modelują węzły spotykane w naszym otoczeniu. Zobaczymy jak można formalnie zapisywać węzły za pomocą diagramów, a z kolei diagramy węzłów kodować na różne sposoby. Dzięki temu uzyskujemy między innymi sposób na badanie węzłów za pomocą programów komputerowych. Jednym z podstawowych pojęć będą tzw. *ruchy Reidemeistera* pozwalające na przechodzenie między różnymi diagramami tego samego węzła. Z pomocą tych ruchów określimy różne *niezmienniki węzłów*, czyli funkcje przyporządkowujące każdemu węzłowi element jakiegoś obiektu algebraicznego, np. zbioru liczb całkowitych lub wielomianów. Mimo że takie funkcje często są określone na diagramach węzłów, to wymagamy aby miały taką samą wartość na różnych diagramach tego samego węzła. Ważne przykłady takich niezmienników, które będziemy rozważać to: wielomian Jonesa, wielomian Conwaya-Alexandera czy n -kolorowanie Foxa.

Po określeniu kilku niezmienników i zbadaniu ich własności zajmiemy się wykorzystywaniem programów w Pythonie, aby analizować wartości takich niezmienników na dużych zbiorach węzłów (dostępnych w bazach danych w sieci). Kwestie, które będziemy rozważać to np.: znajdowanie węzłów których nie da się rozróżnić jednym niezmiennikiem, podczas gdy da się to zrobić innym niezmiennikiem; które niezmienniki dają informację o tym czy dany węzeł i jego odbicie lustrzane są sobie równe; badanie wartości przyjmowanych przez niezmienniki (np. jakiego typu wielomiany są w obrazie danego niezmiennika).

Literatura

C. Adams, The Knot Book. An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots, AMS 2004.

C. Livingston, Knot Theory, MAA 1993.

W.B.R Lickorish, An Introduction to Knot Theory, Springer 1997.

J.H. Przytycki, Teoria węzłów i związanych z nimi struktur dystrybutywnych, Wydawnictwo UG 2016.