



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>		
Analiza matematyczna II		11.1.0368		
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>				
Instytut Matematyki				
<b>Studia</b>				
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>	
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne	
		<b>moduł</b>	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka	
		<b>specjalnościowy</b>	stosowana, matematyka finansowa	
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie	
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>				
prof. dr hab. Tomasz Natkaniec; dr hab. Rafał Filipów; dr Nikodem Mrozek; dr hab. Jacek Gulgowski				
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>		
<b>Formy zajęć</b>		5		
Wykład, Ćw. audytoryjne				
<b>Sposób realizacji zajęć</b>				
zajęcia w sali dydaktycznej				
<b>Liczba godzin</b>				
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.				
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>				
2019/2020 zimowy				
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>		
obowiązkowy		polski		
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dyskusja</li> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>		
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>		
		<b>Formy zaliczenia</b>		
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>		
<b>Podstawowe kryteria oceny</b>				
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>				
zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
Wiedza				
M2_W01	+			
M2_W02	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
Kompetencje				
M2_K01			+	
M2_K02				+
M2_K04			+	
M2_K06				+

<p><b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b></p> <p><b>A. Wymagania formalne</b>  <b>B. Wymagania wstępne</b>                  Zaliczenie przedmiotu Analiza Matematyczna.</p>	
<p><b>Cele kształcenia</b></p> <p>Prezentacja podstaw teorii miary i całki Lebesgue'a</p>	
<p><b>Treści programowe</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ciała i <math>\sigma</math>-ciała zbiorów. Zbiory borelowskie.</li> <li>2. Miara. Własności. Miara zewnętrzna. Konstrukcja miary poprzez miarę zewnętrzną – twierdzenie Caratheodory'ego. Miara zewnętrzna Lebesgue'a i miara Lebesgue'a w <math>R^k</math>. Własności. Charakteryzacje zbiorów mierzalnych w sensie Lebesgue'a. Zbiory niemierzalne.</li> <li>3. Funkcje mierzalne i ich własności. Funkcje proste.</li> <li>4. Konstrukcja całki Lebesgue'a. Funkcje całkowalne.</li> <li>5. Tw. Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej i ograniczonej. Lemat Fatou.</li> <li>6. Związki całki Lebesgue'a z całką Riemanna.</li> <li>7. Twierdzenie Fubiniego.</li> <li>8. Twierdzenie o zamianie zmiennych i jego konsekwencje.</li> <li>9. Funkcje równe prawie wszędzie. Przestrzeń <math>L_p(a, b)</math>.</li> </ol>	
<p><b>Wykaz literatury</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Rudin: Podstawy analizy matematycznej. PWN W-wa, 1998</li> <li>2. A. Birkholc: Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. PWN W-wa, 1995.</li> <li>3. W. Kołodziej: Analiza matematyczna. PWN W-wa 1978.</li> <li>4. L. Górniewicz, R. Ingarden. Analiza matematyczna dla fizyków. Wyd. UMK, Toruń 1996.</li> <li>5. P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, Wyd. PWN Warszawa, 2009</li> </ol>	
<p><b>Kierunkowe efekty kształcenia</b></p>	<p><b>Wiedza</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot zna i rozumie:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• definicje ciała i <math>\sigma</math>-ciała zbiorów; zna pojęcia <math>\sigma</math>-ciała generowanego przez rodzinę zbiorów; zna definicję <math>\sigma</math>-ciała zbiorów borelowskich w <math>R^k</math> (M2_W01, M2_W02)</li> <li>• definicję miary oraz miary zewnętrznej; zna metodę konstrukcji miary poprzez miarę zewnętrzną (twierdzenie Caratheodory'ego); (M2_W01, M2_W02)</li> <li>• definicje funkcji mierzalnych oraz ich podstawowe własności (M2_W02)</li> <li>• konstrukcję całki Lebesgue'a oraz potrafi podać podstawowe własności całki oraz funkcji całkowalnych; zna twierdzenie o związku pomiędzy całką Lebesgue'a oraz Riemanna (M2_W01, M2_W02)</li> <li>• definicję przestrzeni <math>L^p(U)</math> (M2_W02)</li> <li>• twierdzenie Fubiniego oraz twierdzenie o zamianie zmiennych (M2_W01, M2_W02)</li> <li>• związki pomiędzy całką Lebesgue'a a ciągłymi rozkładami prawdopodobieństwa (M2_W02)</li> </ul>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• udowodnić podstawowe własności miary i miary zewnętrznej; potrafi podać konstrukcję miary Lebesgue'a w <math>R^k</math> oraz różne charakteryzacje zbiorów mierzalnych; potrafi podać przykład zbioru niemierzalnego (M2_U01)</li> <li>• udowodnić podstawowe własności funkcji mierzalnych (M2_U01)</li> <li>• podać konstrukcję całki Lebesgue'a oraz potrafi podać podstawowe własności całki oraz funkcji całkowalnych; (M2_U01)</li> <li>• zastosować twierdzenie Fubiniego oraz twierdzenie o zamianie zmiennych do obliczania całki Lebesgue'a (w szczególności do obliczania miar pewnych podzbiorów <math>R^k</math>) (M2_U01)</li> <li>• ustalić związki pomiędzy całką Lebesgue'a a ciągłymi rozkładami prawdopodobieństwa.</li> </ul>
	<p><b>Kompetencje społeczne (postawy)</b></p> <p>Student jest gotów do:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01</li> <li>• precyzyjnego formułowania pytań dotyczących analizy matematycznej II - M2_K02</li> <li>• rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego -</li> </ul>

M2\_K04

- samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2\_K05
- formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2\_K06

## Kontakt

[matn@mat.ug.edu.pl](mailto:matn@mat.ug.edu.pl)