Algebry Clifforda

Teoria algebr Clifforda wiąże się z teorią algebr tensorowych, form kwadratowych, przekształceń ortogonalnych i ma ważne zastosowania np. w geometrii, teoretycznej fizyce i cyfrowym przetwarzaniu obrazu, a nazwa pochodzi od angielskiego uczonego Williama Kingdon Clifforda. Znajomość form kwadratowych na przestrzeniach wektorowych jest przydatna np. w badaniu tworów geometrycznych stopnia drugiego. Dwa dobrze znane przykłady form kwadratowych to metryka kartezjańska i pseudometryka Minkowskiego. Przestrzenie tensorowe, algebry tensorowe oraz algebry zewnętrzne odgrywają ważną rolę w rozmaitych działach matematyki i fizyki, np. w geometrii różniczkowej, teorii funkcji analitycznych, analizie globalnej, mechanice brył sztywnych i ośrodków ciągłych, elektrodynamice, ogólnej teorii względności czy teorii grawitacji.

Naszym celem jest zdefiniowanie algebry Clifforda i przedstawienie podstawowych pojęć i faktów dotyczącycych tej algebry. Omówione zostaną podane poniżej zagadnienia:

1. Przestrzenie i algebry tensorowe.
   1.1 Iloczyn tensorowy przestrzeni wektorowych.
   1.2 Iloczyn tensorowy homomorfizmów.
   1.3 Przestrzenie tensorowe.
   1.3 Algebra tensorowa.
   1.4 Algebra zewnętrzna. Orientacja.

2. Formy kwadratowe.
   2.1 Definicja formy kwadratowej.
   2.2 Baza kanoniczna. Twierdzenie Sylvestera o bezwładności.
   2.3 Formy kwadratowe dodatnie (ujemne).
   2.4 Odwzorowania ortogonalne. Grupy $\mathrm{O}(Q)$ i $\mathrm{SO}(Q)$.
   2.5 Rozkład Witta.

3. Algebry Clifforda
   3.1 Definicja Algebry Clifforda.
   3.2 Twierdzenie o uniwersalności Algebry Clifforda.
   3.3 Baza Algebry Clifforda.
   3.4 Centrum Algebr $\mathrm{C}(Q)$ i $\mathrm{C}(Q)+$.
   3.5 Grupy Clifforda G i G^+.
   3.6 Grupy α-Clifforda Γ i Γ^+.
   3.7 Grupy Pin i Spin.

3.8 Reprezentacja spinorowa Algebry C(Q); dim$V = 2m$ Macierze Diraca.
3.9 Reprezentacja spinorowa Algebry C(Q)$^+$; dim$V = 2m+1$ Macierze Pauliego.

Literatura:

1 C.Chevalley, The algebraic theory of spinors, Columbia University Press, New York, 1954,
2 J. Gallier, Clifford algebras, Clifford groups, and generalizations of the quaternions, http:// www.cis.appen.edu,
3 J. Komorowski, Od liczb zespolonych do tensorów, spinorów, algebr Liego i kwadryk, PWN, Warszawa, 1978,