

Kombinatoryka nieskończona

Seminarium licencjackie

Nikodem Mrozek

”Mamy 10 par skarpetek. Z każdej pary losujemy po jednej skarpetce. Na ile sposobów możemy wylosować taki zestaw?” – to elementarne zadanie kombinatoryczne mogłoby się znaleźć w podręczniku do szkoły podstawowej i nie wydaje się aby mogła za nim kryć się jakaś głębsza matematyka.

A co jeśli par skarpetek będzie nieskończenie wiele? Pomijając nawet fizyczne ograniczenia, czy to pytanie ma w ogóle sens matematyczny? Wszak można by to skwitować prostą odpowiedzią, że takich zestawów będzie nieskończenie wiele. Ale matematyka taka odpowiedź nie może usatysfakcjonować. Przecież od czasów Cantora wiemy, że mamy różne nieskończoności, a zatem możemy zapytać jaka będzie moc zbioru wszystkich takich możliwych losowań. Ten niewinnie brzmiący ”problem skarpetkowy” w pewnym momencie trząśł podstawami matematyki i spierali się o niego najwięksi matematycy pierwszej połowy XX wieku.

Na seminarium zajmiemy się nie tylko problemem losowania skarpetek, ale poznamy także inne nieskończone analogony twierdzeń z klasycznej kombinatoryki.

Program:

1. Liczby porządkowe i kardynalne
2. Rodziny prawie rozłączne
3. Twierdzenia ramseyowskie
4. Drzewa nieskończone
5. Ultrafiltry