

# Analiza instrumentów finansowych

Monika Wrzosek

Instytut Matematyki  
Uniwersytet Gdański

2019/20

# Sprawy organizacyjne

## Kontakt i strona

- E-mail: [mwrzosek@mat.ug.edu.pl](mailto:mwrzosek@mat.ug.edu.pl)
- Konsultacje: p.323
- Materiały: [www.mat.ug.edu.pl/~mwrzosek](http://www.mat.ug.edu.pl/~mwrzosek)

## Literatura

- P. Jaworski, K. M. Jaworska, Rynki kapitałowe. Matematyka finansowa I.
- P. Jaworski, J. Micał, Modelowanie matematyczne w finansach i ubezpieczeniach. Poltext, Warszawa 2005.
- A. Weron, R. Weron, Inżynieria Finansowa, WNT 1999.
- J. C. Hull, Options Futures and others Derivatives, Prentice Hall International, London

## Forma zaliczenia

Wykład: egzamin pisemny.

# Rynek finansowy

## Rynek finansowy

Rynkiem finansowym (*financial market*) nazywamy rynek, na którym towarami są instrumenty finansowe.

Opisując rynek finansowy, zazwyczaj bierze się pod uwagę pewne jego cechy, stanowiące podstawę klasyfikacji na różne kategorie.

Najczęstsze kryteria:

- A. typy instrumentów finansowych,
- B. horyzont czasowy,
- C. forma sprzedaży,
- D. forma organizacji rynku.

# A. Podział rynku finansowego ze względu na instrumenty

- Rynek pieniężny (*Money Market*)
  - ▶ transakcje krótkoterminowe (do jednego roku),
  - ▶ instrumenty finansowe o dużej płynności:
    - ★ bony skarbowe, bony komercyjne,
    - ★ certyfikaty depozytowe,
    - ★ czeki,
    - ★ weksle,
    - ★ umowy typu REPO1.
- Rynek kapitałowy (*Capital Market*)
  - ▶ instrumenty finansowe o charakterze własnościowym lub wierzycielskim
    - ★ akcje,
    - ★ obligacje.
- Rynek walutowy (*Forex*)
  - ▶ kupno i sprzedaż walut
- Rynek instrumentów pochodnych (*Derivatives Market*)
  - ▶ kontrakty pochodne:
    - ★ futures,
    - ★ opcje,
    - ★ jednostki indeksowe itp.

## B. Podział rynku finansowego ze względu na horyzont czasowy

- Rynek natychmiastowy zwany też gotówkowym (*Spot Market*)
  - ▶ wymiana towarów, tzn. rozliczenie kontraktu, następuje w czasie do dwóch lub trzech dni od chwili zawarcia kontraktu.
- Rynek terminowy (*Forward Market*)
  - ▶ od chwili zawarcia kontraktu do momentu dostarczenia towaru, rozliczenia kontraktu, może upłynąć kilka lat.

## C. Podział rynku finansowego ze względu na formę sprzedaży

- Rynek pierwotny (*Primary Market*)
  - ▶ rynek, na którym emitenci nowych instrumentów finansowych, dopiero co wyemitowanych, sprzedają je za pośrednictwem instytucji finansowych.
- Rynek wtórny (*Secondary Market*)
  - ▶ rynek, na którym następuje dalszy obrót instrumentami finansowymi.

## D. Podział rynku finansowego ze względu na formę organizacji

- Rynek publiczny
  - ▶ giełdy (*Stock Exchange*),
  - ▶ regulowany rynek pozagiełdowy (np. BondSpot S.A w Warszawie (dawniej CTO2)).
- Rynek prywatny (nieformalny)
  - ▶ np. rynek międzybankowy.

# Uczestnicy rynku

## Uczestnicy rynku:

- inwestorzy indywidualni,
- inwestorzy instytucjonalni:
  - ▶ banki,
  - ▶ fundusze emerytalne,
  - ▶ zakłady ubezpieczeniowe,
  - ▶ fundusze powiernicze,
  - ▶ inne instytucje finansowe.
- pośrednicy:
  - ▶ maklerzy (biura maklerskie - brokers).

Na rynku finansowym spotykamy fundusze powiernicze otwarte i zamknięte.

Fundusz otwarty emituje jednostki uczestnictwa. Wartość takiej jednostki wyznacza się jako iloraz wartości netto aktywów funduszu do liczby wydanych jednostek. Zysk uczestnika jest związany ze wzrostem wartości jednostki uczestnictwa.

Fundusz zamknięty emituje akcje lub certyfikaty inwestycyjne. Uczestnik posiadający akcje funduszu otrzymuje dywidendę. Natomiast certyfikaty są odkupywane przez fundusz po cenie wyznaczonej tak, jak dla jednostek uczestnictwa.



# Giełdy

Giełdy stanowią specyficzną formę wymiany towarów i zawierania transakcji.

W zależności od rodzaju towarów wyróżnia się:

- giełdy towarowe (np. energii elektrycznej, produktów rolnych, surowców itp.),
- giełdy terminowe,
- giełdy papierów wartościowych.

Na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie notowane są następujące papiery wartościowe:

- akcje,
- prawa do akcji,
- prawa poboru,
- obligacje,
- certyfikaty inwestycyjne,
- instrumenty pochodne:
  - ▶ futures,
  - ▶ opcje,
  - ▶ warranty,
  - ▶ jednostki indeksowe.

# Akcje

## Akcja (*stock, share*)

- dokument stwierdzający udział jej posiadacza, czyli akcjonariusza, w majątku spółki akcyjnej.

Akcjonariusz ma zapewnione:

- prawo do dywidend;
- prawo do uczestnictwa w walnym zgromadzeniu akcjonariuszy;
- prawo do udziału w majątku spółki w przypadku jej likwidacji.

Akcje dzielimy na zwykłe i uprzywilejowane.

Uprzywilejowanie zazwyczaj dotyczy:

- głosu na zebraniu akcjonariuszy,
- pierwszeństwa w wypłacaniu dywidendy,
- pierwszeństwa w podziale majątku spółki w przypadku jej likwidacji.

Na giełdzie inwestor może zakupić akcje dopuszczone do obrotu giełdowego, sprzedać posiadane akcje i dokonać krótkiej sprzedaży akcji.

# Obligacje

## Obligacja

- papier wartościowy poświadczający wierzytelność na określoną sumę.

Emisja obligacji następuje seriami, przy czym w jednej serii wszystkie obligacje mają tę samą wartość nominalną, ten sam termin wykupu i ten sam sposób naliczania odsetek (tzw. kupony). Z punktu widzenia modelowania ważne jest, czy obligacja ma stałe czy zmienne oprocentowanie oraz kto jest jej emitentem.

Obligacje o stałym oprocentowaniu dzielą się na

- kuponowe
  - na giełdzie warszawskiej są w obrocie: dwudziestoletnie - WSmmrr, dziesięcioletnie - DSmmrr, pięcioletnie - SPmmrr i PSmmrr3.
- zerokuponowe (bezodsetkowe)
  - na giełdzie warszawskiej są w obrocie dwuletnie OKmmrr.

Obligacje o zmiennym oprocentowaniu dzielą się na

- floating, adjustable - wysokość oprocentowania jest ustalana na początku okresu oprocentowania
  - na giełdzie warszawskiej są w obrocie: WZmmrr (wieloletnie), DZmmrr (dziesięcioletnie) i TZmmrr (trzyletnie).
- indeksowane - wysokość oprocentowania jest ustalana na koniec okresu oprocentowania, np. w zależności od wskaźnika inflacji.

# Opis inwestycji finansowych

## 1. Ujęcie "globalne"

- Rozważmy inwestycję finansową w okresie  $[T_0, T_1]$ .  
 $T = T_1 - T_0$  to czas życia inwestycji lub *horyzont czasowy*.
- Inwestycję modelujemy za pomocą **procesu bogactwa** (*wealth process*):

$$K : [T_0, T_1] \rightarrow [0, \infty),$$

gdzie  $K(t)$  - stan posiadania inwestora w chwili  $t$ .

W szczególności:

$K = K(T_0)$  to kapitał początkowy inwestora,

$K(t) = 0$  dla pewnego  $t$  oznacza bankructwo inwestora w chwili  $t$ .

- **Proces akumulacji** - gdy dodatkowo założymy, że funkcja  $K(t)$  jest rosnąca. Taki proces wykorzystuje się np. do modelowania rachunku oszczędnościowego a vista, którego posiadacz nie dokonywał wypłat.

Gdy porównujemy wartości procesu akumulacji w dwóch chwilach  $t_1$  i  $t_2$ ,  $t_1 < t_2$ , to mówimy, że

- kwota  $K(t_1)$  zakumulowała się do kwoty  $K(t_2)$  lub

- wartość skumulowana kwoty  $K(t_1)$  (zainwestowanej w chwili  $t_1$ ) w chwili  $t_2$  wyniosła  $K(t_2)$ .

**Zysk** to różnica wartości procesu bogactwa w dwóch momentach czasu.

$$Z(t_2, t_1) = K(t_2) - K(t_1), \quad t_2 > t_1.$$

Gdy  $t_1 = T_0$ , to  $Z(t) = Z(t, T_0) = K(t) - K$ .

Gdy  $Z$  przyjmuje wartość ujemną, wówczas mówimy o **stracie**.

Jeśli  $K(t_1) > 0$ , to możemy określić **stopę zwrotu** w okresie  $[t_1, t_2]$  (względny przyrost procesu bogactwa  $K(t)$ )

$$r(t_2, t_1) = \frac{Z(t_2, t_1)}{K(t_1)} = \frac{K(t_2)}{K(t_1)} - 1,$$

$$r(t) = r(t, T_0) = \frac{K(t) - K}{K}.$$

Gdy modelowany proces jest "mierzony" w pewnych jednostkach monetarnych, to stopa zwrotu mówi nam, ile wynosi zysk z jednej jednostki monetarnej.

Stopy zwrotu wyznaczają proces bogactwa.

$$K(t) = (1 + r(t))K, \quad K(t_2) = (1 + r(t_2, t_1))K(t_1).$$

Zależność "wielookresowej" stopy zwrotu od stóp zwrotu w poszczególnych okresach przedstawia lemat.

### Lemat 1

Niech  $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ . Jeżeli w okresie  $[t_{i-1}, t_i]$  stopa zwrotu wynosi  $r_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  to stopa zwrotu w okresie  $[t_0, t_n]$  wyniesie

$$r = \prod_{i=1}^n (1 + r_i) - 1.$$

*Dowód.*

## 2. Ujęcie "lokalne"

Z każdą inwestycją związane są przepływy gotówki (cash flows), zwane też przepływami (strumieniami) pieniężnym

$$CF_0, CF_1, \dots, CF_n,$$

które mają miejsce w chwili  $t_i \in [T_0, T_1]$ ,  $T_0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n$ .

Zapis uproszczony:  $CF_{t_0}, CF_{t_1}, \dots, CF_{t_n}$ .

Ujemna wartość  $CF_i$  oznacza wydatki, a dodatnia przychody.

Zysk z inwestycji:  $Z = CF_0 + CF_1 + \dots + CF_n$ .

Stopa zwrotu:  $r = \frac{CF_1 + CF_0}{|CF_0|} = \frac{CF_1}{|CF_0|} - 1$ ,

gdy rozpatrujemy inwestycję jednookresową ( $n = 1$ ), taką że  $CF_0 < 0$ ,  $CF_1 > 0$  (najpierw inwestujemy).

**Przykład. 1.** Inwestor kupił za 100 zł roczną obligację. Po roku wypłata wyniosła 110 zł.

Mamy następujące dane:

- czas życia inwestycji 1 rok, zatem  $t \in (0, 1)$ ,
- $K_0 = 100$ ,
- $K_1 = 110$ .

Dla  $t \in (0, 1)$   $K(t)$  jest wartością rynkową obligacji w chwili  $t$ .

Zysk i stopa zwrotu wynoszą odpowiednio

$$Z = 110 - 100 = 10, \quad r = \frac{10}{100} = 0.1.$$

Alternatywny opis

$$CF_0 = -100, \quad CF_1 = 110.$$

Zatem zysk i stopa zwrotu wynoszą odpowiednio

$$Z = -100 + 110 = 10, \quad r = \frac{10}{|-100|} = 0.1.$$

Podsumowanie:

Proces bogactwa opisuje stan posiadania inwestora, a przepływy gotówki tylko stan jego rachunku bankowego.