Analiza matematyczna

57. Zbadaj ciągłość funkcji

1. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-25}{x+5}, & x\neq -5\\ -10, & x=-5\end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2\\ 2, & x=2\end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$

4. $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 1\\ x^2-1, & x>1\end{cases}$

5. $f(x)=\begin{cases}5x+2, & x\geqslant -1\\ x^2+5x+1, & x<-1\end{cases}$

6. $f(x)=\begin{cases}2x^2+x-1, & x<0\\ 3x-1, & x\geqslant 0\end{cases}$

7. $f(x)=\begin{cases}5x, & x<0\\ \sin x, & x\geqslant 0\end{cases}$

8. $f(x)=\begin{cases}8x^2+1, & x\leqslant 1\\ 9x-2, & x>1\end{cases}$

9. $f(x)=\begin{cases}3\cos x-1, & x<0\\ \ln(x+1), & x\geqslant 0\end{cases}$

10. $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & x\leqslant 1\\ 4-x, & x\in(1,2)\\ x^2+2x, & x\geqslant 2\end{cases}$

11. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{x}, & x<0\\ 0, & x=0\\ x-\frac{\pi}{2}, & x>0\end{cases}$

12. $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{2x}, & x<0\\ |x-1|, & x\in[0,2]\\ -x^2+4x-3, & x>2\end{cases}$

58. Dobierz wartość parametru tak, aby funkcja była ciągła

1. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases}x^2+k, & x<2\\ m, & x=2\\ \frac{x^2+x-6}{2-x}, & x>2\end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x^2}, & x\neq 0\\ b, & x=0\end{cases}$

59. Korzystając z definicji pochodnej

1. wyznacz wartość $f'(1)$ dla $f(x)=x^3$
2. wyprowadź wzór na $f'(x_0)$ dla $f(x)=2x^2+1$

60. Zbadaj, czy istnieje pochodna funkcji $y=f(x)$ w punkcie x_0, jeśli

1. $f(x)=|x+2|,\ x_0=-2$
2. $f(x)=|x-1|,\ x_0=1$
3. $f(x)=x\cdot|x|,\ x_0=0$
4. $f(x)=(x-1)\cdot|x-1|,\ x_0=1$
5. $f(x)=(x+1)\cdot|x-1|,\ x_0=1$
6. $f(x)=|4-x^2|,\ x_0=2$

61. Wyznacz prędkość punktu w momencie t_0, jeśli ruch tego punktu określony jest równaniem

1. $s=10\sqrt{t^3}$ oraz $t_0=4$
2. $s=4\sqrt[3]{t^2}$ oraz $t_0=1$
3. $s=\dfrac{8}{t^2}$ oraz $t_0=2$

62. Napisz równanie stycznej do wykresu $y=f(x)$ w punkcie o odciętej x_0, gdy

1. $f(x)=x^2,\ x_0=2,\ x_0=0,\ x_0=-1$
2. $f(x)=x^2+3x-1,\ x_0=1,\ x_0=-2$
3. $f(x)=2x+\ln x,\ x_0=1$
4. $f(x)=3e^x+x-2,\ x_0=0$

63. Wyznacz punkt, w którym styczna do wykresu funkcji

1. $f(x)=5x-3x^2$ tworzy z osią $0x$ kąt 135°
2. $f(x)=x^2+3x$ tworzy z osią $0x$ kąt 45°
3. $f(x)=\ln x$ jest równoległa do prostej $x-y=0$
4. $f(x)=e^x$ jest prostopadła do prostej $x+2y=0$

64. Wykorzystując przybliżenie $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ wyznacz przybliżone wartości wyrażenia

1. $t=\sqrt[3]{63}$
2. $u=e^{0.2}$
3. $v=\operatorname{arc\,tg} 0.98$
4. $w=\ln\frac{2018}{2017}$