

Analiza matematyczna

65. Oblicz pochodną funkcji

1. $f(x) = 4 + x^4 + 4^x$

2. $f(x) = 5x^5 + \sin x - 2 \ln x$

3. $f(x) = \operatorname{tg} x - 2x^4 + 3e^x$

4. $f(x) = \sqrt[5]{x} - \frac{2}{x} + \frac{\sqrt{x}}{2x^2}$

5. $f(x) = 3 \log_2 x - 2^x$

6. $f(x) = (2x + 1)^2 - 5 \cos x$

7. $f(x) = \frac{(1-x)^4}{x}$

8. $f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{x-3}{\sqrt{x}}$

9. $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

10. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

11. $f(x) = \operatorname{tg} x - \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$

12. $f(x) = \operatorname{arc} \sin x + \operatorname{arc} \cos x$

66. Korzystając ze wzorów na pochodną iloczynu i ilorazu wyznacz pochodną funkcji

1. $f(x) = x \sin x$

2. $f(x) = (5x^2 + 3x + 1) \operatorname{tg} x$

3. $f(x) = \sqrt{x} \ln x$

4. $f(x) = x^2 \sin x + 3x \cos x$

5. $f(x) = (x^3 - 5x + 1)e^x$

6. $f(x) = (-2x^2 + 4) \cos x$

7. $f(x) = \frac{4x+3}{2x-1}$

8. $f(x) = \frac{3x-2}{2x+7}$

9. $f(x) = \frac{5x^2-3x+2}{7x+1}$

10. $f(x) = \frac{1+\ln x}{x^3}$

11. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

12. $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$

13. $f(x) = 3^x \cdot x^3$

14. $f(x) = \frac{x \log_2 x}{3x+1}$

15. $f(x) = \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{x^2}$

16. $f(x) = \frac{xe^x}{\ln x}$

17. $f(x) = \frac{1+\log x}{2x}$

18. $f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^2}$

67. Wyznacz pochodną funkcji złożonej

1. $f(x) = (3x + 1)^5$

2. $f(x) = (-5x + 4)^7$

3. $f(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$

4. $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x + 1}$

5. $f(x) = \sqrt{\sin x}$

6. $f(x) = \ln(1 + 3x^2)$

7. $f(x) = \ln(5x^2 - 6x + 11)$

8. $f(x) = \sin 3x$

9. $f(x) = 3 \cos 2x$

10. $f(x) = \sin^2 x$

11. $f(x) = \sin(x^2)$

12. $f(x) = e^{3x^2+4x-2}$

13. $f(x) = \cos^3 2x$

14. $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (2x - 1)^3$

15. $f(x) = \operatorname{arc} \sin \sqrt{1 - x}$

16. $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

17. $f(x) = 2^{-\cos^3 x}$

18. $f(x) = \ln(\ln \frac{1}{x})$

68. Wykorzystując pochodną funkcji złożonej wyprowadź wzór na pochodną funkcji

1. $f(x) = \log_a x$ (wykorzystaj tożsamość $a^{\log_a x} = x$, $x > 0$),

2. $f(x) = \operatorname{arc} \cos x$ (wykorzystaj tożsamość $\cos(\operatorname{arc} \cos x) = x$, $x \in [-1, 1]$).

69. Korzystając z równości $f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln f(x)}$, oblicz pochodną

1. $f(x) = x^{-x}$

2. $f(x) = x^{3x+1}$

3. $f(x) = (\cos x)^x$

4. $f(x) = x^{\sin x}$

5. $f(x) = x^{x^x}$

70. Oblicz granicę za pomocą reguły de l'Hospitala

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x^5 - 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\ln(2x + 1)}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 1}{e^x + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 + 9}{x^3 - 27}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x + 1)}{5x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{4x}$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + e^x}{x^2 + 2e^x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln 3x}{x^2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2 \sin 5x}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1 - x)}$