Analiza matematyczna

71. Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji

1. $f(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 1$
2. $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x - 1$
3. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$
4. $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 1$
5. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
6. $f(x) = x^5 - 5x + 1$
7. $f(x) = \dfrac{3x+1}{2x-4}$
8. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$
9. $f(x) = \dfrac{x^2+4}{x}$
10. $f(x) = \dfrac{x^2+16}{x-3}$
11. $f(x) = \dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$
12. $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$
13. $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$
14. $f(x) = \dfrac{x^2-3x+4}{x^2+4}$
15. $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-4}$
16. $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$
17. $f(x) = e^x(x^2+2)$
18. $f(x) = e^x(3x^2+5)$
19. $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$
20. $f(x) = x \ln x$
21. $f(x) = x^2 - \ln(2-x^2)$

72. Spośród wszystkich

1. prostokątów o danym polu znajdź ten, który ma najmniejszy obwód,
2. walców o danej objętości znajdź ten, który ma najmniejsze pole powierzchni.

73. Oblicz wartość najmniejszą i największą funkcji $y = f(x)$ w danym przedziale

1. $f(x) = x^3 - 3x,\ x \in [0, 2]$
2. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x,\ x \in [-2, 1]$
3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1,\ x \in [0, 2]$
4. $f(x) = 3x^5 - 5x^3 - 2,\ x \in [-1, 1]$
5. $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1},\ x \in [0, 3]$
6. $f(x) = 3x - x^3,\ x \in [-2, 3]$
7. $f(x) = 2\,\mathrm{arc\,tg}x - x,\ x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
8. $f(x) = x - 2\ln x,\ x \in [1, e]$

74. Dla funkcji z zadania nr 71

1. zbadaj wypukłość danej funkcji,
2. wykonaj przebieg zmienności i naszkicuj wykres.

75. Napisz wzór Taylora:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}(x-x_0)^{n-1} + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(x-x_0)^n,$$

jeśli

1. $f(x) = \dfrac{x}{x-1},\ x_0 = 2,\ n = 4$
2. $f(x) = \sqrt{3+2x},\ x_0 = 3,\ n = 3$
3. $f(x) = x^3 \ln x,\ x_0 = 1,\ n = 3$
4. $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 2,\ x_0 = -2,\ n > 3$

76. Stosując wzór Maclaurina dla funkcji

1. $f(x) = e^x$ oblicz wartość $u = e$ z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku,
2. $f(x) = \sqrt{1+x}$ oblicz wartość $v = \sqrt{0.99}$ z dokładnością do czterech miejsc po przecinku,
3. $f(x) = \ln(1+x)$ oblicz wartość $w = \ln 1.1$ z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.