Analiza matematyczna

6. Rozwiąż równania

1. $3^{x^2-16} = 1$
2. $2^{x^2} = 4^{2x-2}$
3. $3^{6x^2+x} = 9^{-3x+0,5}$
4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 9^{2x}$
5. $\left(\frac{4}{5}\right)^{x-6} = \left(\frac{5}{4}\right)^{3x-2}$
6. $5 \cdot 2^{3x+1} + 9 \cdot 3^{x-1} = 3^{x+2} + 2^{3x+2}$
7. $3^x - 3^{1-x} = 2$
8. $2^{3x} \cdot 7^{x-2} = 4^{x+1}$
9. $\mathrm{e}^{x^2-1} - 1 = 0$
10. $\mathrm{e}^{x+1} = \frac{1}{\mathrm{e}^2}$

7. Rozwiąż nierówności

1. $2^{x+1} > 8^{x-1}$
2. $4^{2x+1} \geqslant \left(\frac{1}{8}\right)^{-5x+2}$
3. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2}$
4. $(3^x)^x \leqslant 81^x$
5. $4^{\frac{1}{x}} > \sqrt{2}$
6. $9^{\frac{4}{x}} < \sqrt{3}$
7. $\mathrm{e}^{7x-1} - \mathrm{e}^{4x+2} \geqslant 0$
8. $\mathrm{e}^{5+x^2} > \mathrm{e}^{x^2-x+9}$
9. $\mathrm{e}^{4x-2} \leqslant \mathrm{e}^{-6-x^2}$

8. Oblicz

1. $\log_3 27$,
2. $\log_{27} 3$,
3. $\log_3 \frac{1}{27}$,
4. $\log_{\frac{1}{27}} 3$,
5. $\log_{\frac{1}{3}} 27$,
6. $\log_{27} \sqrt{3}$,
7. $\log_{\sqrt{3}} 27$,
8. $\log_{27} 3\sqrt{3}$
9. $\log_{\sqrt{27}} 3$,
10. $27^{\log_3 2}$,
11. $\sqrt{27}^{\log_3 2}$,
12. $3^{1-\log_3 2}$
13. $\ln \mathrm{e}^3$
14. $\ln \sqrt[3]{\mathrm{e}^2}$
15. $\ln \mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}$

9. Korzystając z definicji logarytmu, wyznacz x z równania.

1. $\log_{\frac{1}{3}} x + 3 = 0$
2. $8 - \log_{\sqrt{2}} x = 0$
3. $\log_x 16 = 0,8$
4. $\log_{x+2} 27 = 3$
5. $\log_{x+1}(x^2+3) = 2$
6. $\log_{x^2-4} 5 = 1$
7. $\log_{\sqrt{2}}(9-x) = 4$
8. $\log_4 \log_2 x = 0$
9. $\log_3 \log_4 x = 1$
10. $\ln(4x-1) = 3$
11. $\ln(6x-5) = 2$
12. $\ln(\log x) = 0$

10. Oblicz x, korzystając z własności logarytmów.

1. $\log_2 x = 0,5 \log_2 1 + \log_2 5 - \log_2 4$
2. $\log_{\frac{1}{2}} x = 2 + \log_{\frac{1}{2}} 10 - 2\log_{\frac{1}{2}} 2$
3. $\log_4(x+1) + \log_4(4-2x) = 1$
4. $\log_{\frac{1}{10}} x = 2 - 2\log 5 + \log 4$
5. $\ln(1-3x) = \ln(x^2-3)$
6. $\ln(x-1) + \ln(2x-1) = 2\ln(x+1)$

11. Rozwiąż nierówności

1. $\log_{0,1}(-2x-6) > 0$
2. $\log_2(x-4) + 1 > \log_2(x-6)$
3. $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x+1) < 2$
4. $\log_2(x-3) + \log_2(x+6) \geqslant 1 + \log_2(5x-12)$
5. $\frac{1}{2}\ln x \geqslant -2$
6. $\ln(x^2-99) > 0$
7. $\frac{1-\ln x}{x^2} < 0$