

Analiza matematyczna

Definiujemy funkcje hiperboliczne wzorami.

$$\begin{aligned}\sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} & \operatorname{tgh} x &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\ \cosh x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} & \operatorname{ctgh} x &= \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}\end{aligned}$$

27. Udowodnij wzory.

1. $\sinh(-x) = -\sinh x$
2. $\cosh(-x) = \cosh x$
3. $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$
4. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
5. $\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y$
6. $\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y$

28. Udowodnij wzory na funkcje odwrotne do funkcji hiperbolicznych.

1. $\operatorname{ar} \sinh x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$
2. $\operatorname{ar} \cosh x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right), \quad x \geq 1$
3. $\operatorname{ar} \operatorname{tgh} x = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}, \quad x \in (-1, 1)$
4. $\operatorname{ar} \operatorname{ctgh} x = \ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}, \quad x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

29. Wyznacz dziedzinę funkcji.

1. $f(x) = \frac{3}{x^2 - 4x + 4}$
2. $f(x) = \frac{5x^3}{x^2 + 4}$
3. $f(x) = \frac{1}{|x-2| - 12}$
4. $f(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{x^2 - 25} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$
5. $f(x) = \sqrt{10 - |5x + 2|}$
6. $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$
7. $f(x) = \log_3(2\sqrt{x} - 1)$
8. $f(x) = \arccos \frac{1}{2-x}$

30. Wyznacz dziedzinę i przeciwdziedzinę funkcji oraz naszkicuj jej wykres.

1. $f(x) = 2^x - 4$
2. $f(x) = 2^{x-1}$
3. $f(x) = 3^{x-1} + 2$
4. $f(x) = 4 - 2^x$
5. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$
6. $f(x) = 1 - \log_2 x$
7. $f(x) = \log_2(x + 5)$
8. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$
9. $f(x) = 2 \sin x$
10. $f(x) = \sin 2x$
11. $f(x) = |\sin x|$
12. $f(x) = |\log_2(x - 4)|$