Analiza matematyczna

38. Wypisz a_2 i a_5 dla ciągu (a_n) o wyrazie ogólnym

1. $a_n = \dfrac{3n-2}{2^n}$
2. $a_n = \dfrac{n+5}{2n+1}$
3. $a_n = \sqrt{2n^2 - n}$
4. $a_n = \dfrac{n! - 1}{2n^2+3}$
5. $a_n = 2^n + (-1)^n \cdot n$
6. $a_n = 2n^2 - 4n + 1$

39. Wypisz a_3 i a_5 dla ciągu (a_n) określonego wzorem rekurencyjnym

1. $a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n - 2$
2. $a_1 = \dfrac{1}{4},\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2}a_n$
3. $a_1 = -3,\ a_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{a_n}$
4. $a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n - 2n$
5. $a_1 = 0,\ a_{n+1} = 2a_n + n$
6. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = (a_n)^2 \cdot 2^n$

40. Podaj wzór na ogólny wyraz a_n ciągu danego rekurencyjnie i udowodnij indukcyjnie poprawność podanego wzoru

1. $a_1 = 1,\ a_{n+1} = 3a_n$
2. $a_1 = 7,\ a_{n+1} = 3 + a_n$
3. $a_1 = 5,\ a_{n+1} = \frac{a_n}{5} + 4$
4. $a_1 = \frac{1}{3},\ a_{n+1} = -\frac{1}{a_n}$
5. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = (a_n)^3$
6. $a_1 = 3,\ a_{n+1} = \sqrt{a_n}$

41. Wykaż, że ciąg (a_n) jest rosnący, jeśli

1. $a_n = 3 - \dfrac{2}{n}$
2. $a_n = \dfrac{1}{1-3n}$
3. $a_n = 1 - \dfrac{4}{n+1}$
4. $a_n = \dfrac{n+1}{n+3}$

42. Wykaż, że ciąg (a_n) jest malejący, jeśli

1. $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$
2. $a_n = \dfrac{3}{n+3}$
3. $a_n = \dfrac{n+4}{n+1}$
4. $a_n = 1 - \dfrac{1}{1-2n}$

43. Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n), jeśli

1. $a_n = n^2 + 3n$
2. $a_n = n^2 - 5n$
3. $a_n = \dfrac{2n+3}{n+1}$
4. $a_n = \dfrac{3n+2}{n+4}$
5. $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
6. $a_n = \sin(n\pi)$

44. Zbadaj ograniczoność ciągów z zadań 41 - 43.

45. Udowodnij, że ciąg (a_n) jest monotoniczny i ograniczony, jeśli

1. $a_1 = 3,\ a_{n+1} = \dfrac{1}{4}(a_n + 1)$
2. $a_1 = \dfrac{1}{2},\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2 - a_n}$
3. $a_1 = \sqrt{2},\ a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$
4. $a_1 = \sqrt{2},\ a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$