Zadanie 1. Niech stopa procentowa $r = 0.05$, zmienność $\sigma = 0.3$, cena opcji $K = 2$, kroki siatki: $\Delta t = \Delta z = 1$, czas wykonania $T = 3$. Sprawdź, czy spełnione są warunki CFL i wykonaj 2 kroki schematu dla przekształconego równania Blacka-Scholesa. Porównaj z wynikiem otrzymanym ze wzoru:

$$u(t,x) = x\Phi(g(t,x)) - Ke^{-rt}\Phi(h(t,x)),$$

gdzie

$$g(t,x) = \frac{\ln(x/K) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}, \qquad h(t,x) = g(t,x) - \sigma\sqrt{t}$$

oraz $\Phi(x)$ - dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego.

Zadanie 2. Niech stopa procentowa $r = 0.05$, zmienność $\sigma = 0.3$, cena opcji $K = 1$, kroki siatki: $\Delta t = \Delta z = 0.1$, czas wykonania $T = 0.3$. Powtórz zadanie 1 dla tych danych.

Zadanie 3. Zastosuj metodę Newtona do równania $\nabla f(x) = 0$, gdzie

$$f(x) = a - \langle b, x\rangle + \frac{1}{2}\langle x, Ax\rangle, \quad a = 0, \quad b = (1,1), \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad x^{(0)} = (1,1).$$

Zadanie 4. Niech

$$f(x_1,x_2) = 2x_1^2x_2^2 + x_1^2x_2 - 2x_1 - x_2^2, \qquad x^{(0)} = (1,-1).$$

Pokaż, że w drugim kroku metody Newtona dla równania $\nabla f(x) = 0$ mamy $x^{(2)} = (0.8069, -1.0759)$.

Zadanie 5. Niech

$$f(x_1,x_2) = x_1^4 + 2x_1^2x_2^2 + x_2^4.$$

Pokaż, że dla $x^{(0)} = (c,c)$, $c \neq 0$ ciąg Newtona dla równania $\nabla f(x) = 0$ zbiega do $(0,0)$.