

LISTA nr 8: Wzór Clarka-Ocone'a i wybór portfela (2)

Zastosowanie w finansach

Zadanie 3. Niech wypłata H spełnia

$$\mathbb{E}[B_T^{-2} Z_T^2 H^2] < \infty.$$

Istnieje wtedy samofinansujący portfel ϕ taki, że $V_T(\phi) = H$. Pokaż, że jeżeli $\phi_t = (\alpha_t, \beta_t)$, to

$$\tilde{V}_t(\phi) = \mathbb{E}_Q[B_T^{-1} H] + \int_0^t \sigma_s \tilde{S}_s \beta_s d\tilde{W}_s.$$

Zadanie 4. W poprzednim zadaniu zastosuj uogólniony wzór Clarka-Ocone'a i podaj wzór na liczbę instrumentów ryzykownych β_t w portfelu ϕ .

Zadanie 5. Wyznacz β_t zakładając, że

1. parametr $r_t = r$
2. wszystkie parametry modelu są stałe ($r_t = r, \mu_t = \mu, \sigma_t = \sigma$)

Zadanie 6. Wyznacz liczbę β_t instrumentów ryzykownych, jaką należy zainwestować w chwili t , aby wartość portfela w czasie końcowym T była równa

$$V_T(\phi) = H = W_T$$

przy założeniu, że $r_t = r > 0$ i cenie instrumentu ryzykownego $S_t, t \in [0, T]$ spełniającej

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t, \quad \sigma \neq 0.$$