

Zadanie 18. Oblicz całkę $\int_a^b f(t)dg(t)$ jeżeli:

1. $a = -1, b = 3, f(t) = t, t \in [-1, 3], g(t) = 0, t = -1, g(t) = 1, t \in (-1, 2), g(t) = -1, t \in [2, 3]$
2. $a = -2, b = 2, f(t) = t, t \in [-2, 2], g(t) = t + 2, t \in [-2, -1], g(t) = 2, t \in (-1, 0), g(t) = t^2 + 3, t \in [0, 2]$

Zadanie 19. Dana jest funkcja $f(t) = t^2$. W przestrzeni wielomianów stopnia 1 znajdź element najbliższy do f w normie jednostajnej na: a) $[0, 1]$, b) $[-1, 1]$, c) $[0, 2]$, d) $[1, 2]$, e) $[-1, 2]$. Ile wynosi odległość?

Zadanie 20. W przestrzeni $W_1([0, 1])$ znajdź element najbliższy do $f(t) = t^3$ w normie jednostajnej.

Zadanie 21. Znajdź funkcję postaci $at + b$ najbliższą w sensie normy supremum do funkcji:

1. e^t na przedziale: a) $[0, 1]$, b) $[-1, 1]$,
2. $\sin t$ na przedziale: a) $[0, \pi/4]$, b) $[0, \pi/2]$.

Zadanie 22. Znajdź element najbliższy do $f(t) = t^3$ w przestrzeni $W_2[-1, 1]$ w sensie normy supremum.

Zadanie 23. Znajdź element najbliższy do $f(t) = t^4$ w przestrzeni $W_3[-1, 1]$ w sensie normy supremum.

Zadanie 24. Czy zbiór $V = \{1, \sin t\}$ jest przestrzenią Haara na $[0, \pi/2]$? Znajdź element najbliższy w V do funkcji $f(t) = \cos t$.

Zadanie 25. Czy zbiór $V = \{e^{-t}, e^t\}$ jest przestrzenią Haara na $[-1, 1]$? Znajdź element najbliższy w V do funkcji $f(t) = 1$.

Zadanie 26. Znajdź element najbliższy do $f(t) = \frac{1}{1+t}$ w normie supremum w przestrzeni:
a) $W_1[0, 1]$, b) $W_1[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

Zadanie 27. Znajdź element najbliższy do $f(t) = \frac{1}{t^2}$ w normie supremum w przestrzeni:
a) $W_0[1, 2]$, b) $W_1[1, 2]$.