

**Zadanie 39.** Rozważmy operator  $A : L^2([0, 1]) \rightarrow L^2([0, 1])$

$$a) A(x)(t) = \int_0^1 t^2 s x(s) ds, \quad b) A(x)(t) = \int_0^1 t^3 s^2 x(s) ds.$$

Rozwiąż zagadnienie  $\|A(x) - y\| \rightarrow \min$ , gdzie: 1)  $y(t) = t^2$ , 2)  $y(t) = t$ , 3)  $y(t) = 1$ .

**Zadanie 40.** Znajdź rozwiązanie układu równań o najmniejszej normie euklidesowej (bez rozwiązywania układu).

a)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 &= 2, \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_5 &= 1. \end{aligned}$$

**Zadanie 41.** Niech  $H$  będzie przestrzenią Hilberta,  $x, x_0 \in H$ ,  $y \in \mathbb{R}$ . Rozwiąż zagadnienie minimalizacyjne:  $\|x\| \rightarrow \min$ ,  $\langle x, x_0 \rangle = y$ .

**Zadanie 42.** W przestrzeni  $L^2([0, 1])$  znajdź rozwiązanie równania

$$\int_0^1 s x(s) ds = 2$$

o najmniejszej normie.

**Zadanie 43.** W przestrzeni  $L^2([0, 1])$  znajdź rozwiązanie równania

$$\int_0^1 x(s) ds = 1$$

o najmniejszej normie.

**Zadanie 44.** W przestrzeni  $L^2([0, 1])$  znajdź rozwiązanie układu

$$\int_0^1 s^2 x(s) ds = 2, \quad \int_0^1 2s x(s) ds = 1$$

o najmniejszej normie.

**Zadanie 45.** W przestrzeni  $L^2([0, 1])$  znajdź rozwiązanie układu

$$\int_0^1 x(s) ds = 1, \quad \int_0^1 s x(s) ds = 0$$

o najmniejszej normie.

**Zadanie 46.** W przestrzeni unitarnej  $V$  przy  $u_1, u_2 \in V$  liniowo niezależnych,  $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$  znajdź rozwiązanie układu

$$\langle x_1, u_1 \rangle = y_1, \quad \langle x_2, u_2 \rangle = y_2$$

o najmniejszej normie.

**Zadanie 47.** W przestrzeni  $L^2([0, 1])$  znajdź rozwiązanie układu

$$\int_0^1 (s x_1(s) + x_2(s)) ds = 1, \quad \int_0^1 (2x_1(s) + s^2 x_2(s)) ds = 0$$

o najmniejszej normie.