

Zadanie 48. Dana jest macierz

$$a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b) B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znajdź macierz pseudoodwrotną A^\dagger . Sprawdź wzór $(A^\dagger)^\dagger = A$.

Zadanie 49. Dana jest macierz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Znajdź A^\dagger .

2. Za pomocą A^\dagger rozwiąż zagadnienie $\|Ax - y\| \rightarrow \min, \|x\| \rightarrow \min$, gdy $y = [1, 2, 3]^T$.

Zadanie 50. Dana jest macierz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Za pomocą A^\dagger rozwiąż zagadnienie: $\|Ax - y\| \rightarrow \min, \|x\| \rightarrow \min$, gdy

$$a) y = [6, 3, 0, -3]^T, \quad b) y = [2, 0, 3, 0]^T, \quad c) y = [-6, 3, 3, 6]^T.$$

Zadanie 51. Znajdź A^\dagger , gdy

$$a) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad d) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Oblicz: $AA^\dagger, A^\dagger A$. Sprawdź wzory: $AA^\dagger A = A, A^\dagger AA^\dagger = A^\dagger$.

Zadanie 52. Znajdź A^\dagger , gdy:

a) $A : L^2(0, 1) \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$A(x) = \left(\int_0^1 sx(s)ds, \int_0^1 s^2x(s)ds \right),$$

b) $A : L^2(0, 1) \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$A(x) = \left(\int_0^1 2x(s)ds, \int_0^1 sx(s)ds \right),$$

c) $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow L^2(0, 1)$

$$A(x_1, x_2)(s) = 2x_1s^2 - x_2s.$$

Zadanie 53. Wyznacz funkcjonal sprzężony $f^* : C^* \rightarrow \mathbb{R}$ do funkcjonału wypukłego $f : C \rightarrow \mathbb{R}$

1. $f(x) = x^2, C = \mathbb{R}$.

2. $f(x) = x^3, C = [0, \infty)$.

3. $f(x) = e^x, C = \mathbb{R}$.

4. $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2, C = \mathbb{R}^2$.

5. $f(x) = ax^\beta, \beta \in (1, \infty), a > 0, C = [0, \infty)$.

6. $f(x) = 1 - \sqrt{x}, C = [0, \infty)$.