

Zadanie 54. Niech $D = [0, \infty)$, $f : D \rightarrow \mathbb{R}$. Wyznacz funkcjonal sprzężony $f^* : D^* \rightarrow \mathbb{R}$ do funkcjonału wklęsłego

1. $f(x) = a\sqrt{x}$, $a > 0$.
2. $f(x) = ax^\beta$, $\beta \in (0, 1)$, $a > 0$.

Zadanie 55. Niech $D = [1, \infty)$, $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$. Wyznacz funkcjonal sprzężony $f^* : D^* \rightarrow \mathbb{R}$ do funkcjonału wklęsłego f .

Zadanie 56. Za pomocą funkcjonałów dualnych rozwiąż problem lokaty kapitału, jeżeli zysk powstały w wyniku działania i -tej akcji wynosi

$$g_i(x_i) = a_i\sqrt{x_i}, \quad a_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad n \geq 2,$$

a posiadany kapitał $x_0 > 0$.

Zadanie 57. Za pomocą funkcjonałów dualnych rozwiąż problem lokaty kapitału dla dwóch akcji, jeżeli zysk powstały w wyniku działania i -tej akcji wynosi

$$g_1(x_1) = 3\sqrt{x_1}, \quad g_2(x_2) = 4\sqrt{x_2},$$

a posiadany kapitał $x_0 = 200$.

Zadanie 58. Za pomocą funkcjonałów dualnych rozwiąż problem lokaty kapitału dla dwóch akcji, jeżeli zysk powstały w wyniku działania i -tej akcji wynosi

$$g_1(x_1) = ax_1, \quad g_2(x_2) = b\sqrt{x_2}, \quad a, b > 0,$$

a posiadany kapitał $x_0 = 100$. Przyjmij:

- i) $a = 1, b = 2$ ii) $a = 1, b = 4$ iii) $a = 1, b = 36$.