

Zadanie 59. Dla podanego funkcjonału oblicz różniczkę Gateaux.

1. $F : C([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = x^2 \left(\frac{1}{2}\right)$
2. $F : C([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = x^k(t_0), \quad t_0 \in [0, 1]$
3. $F : C([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = x\left(\frac{1}{2}\right)x\left(\frac{1}{3}\right)$
4. $F : H \rightarrow \mathbb{R}, \quad H\text{-unitarna}, \quad F(x) = \|x\|^2$

Zadanie 60. Niech $F : H \rightarrow \mathbb{R}, \quad H\text{-unitarna}, \quad F(x) = \|x\|$. Oblicz różniczkę Gateaux funkcjonału F .

Zadanie 61. Dla podanego funkcjonału $F : C([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$ oblicz różniczkę Gateaux.

1. $F(x) = \int_0^1 x^3(t) dt$
2. $F(x) = x(0)x(1) + \int_0^1 x^3(t) dt$
3. $F(x) = x\left(\frac{1}{4}\right)x^2(1)$
4. $F(x) = x(0)\sin^2 x(1)$
5. $F(x) = x(0)\int_0^1 \cos^2 x(t) dt$
6. $F(x) = \int_0^1 e^{2x(t)x(0)} dt$

Zadanie 62. Sprawdź, czy różniczki Gateaux z zadania 59 są również różniczkami Frecheta.