

Ćwiczenia nr 6

1. Według klucza:

- dziedzina, obraz, ograniczoność funkcji,
- czy funkcja jest 1-1 i „na”,
- miejsca zerowe funkcji,
- monotoniczność funkcji,
- ekstrema funkcji,
- wklęsłość i wypukłość funkcji,
- parzystość funkcji,

określ właściwości funkcji $f: Df \rightarrow \mathbb{R}$ zadanej wzorem:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $f(x) = x^2$, | e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, |
| b) $f(x) = x^3$, | f) $f(x) = \frac{1}{x}$, |
| c) $f(x) = \sqrt{x}$, | g) $f(x) = \sin x$, |
| d) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, | h) $f(x) = \cos x$. |

Jakie własności ma funkcja $g = -f$, dla f zdefiniowanej w podpunktach a - h?

2. Za pomocą własności potęgowania oraz definicji logarytmu pokaż, że

- $a^{\log_a b} = b$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b, c \in \mathbb{R}$
- $\log_b c = \log_b a \log_a c, b \neq 1$ (wzór na zmianę podstawy logarytmu).
- $\log_a b \log_b a = 1$
- $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b, n \in \mathbb{N}$,

gdzie $a, b, c > 0, a \neq 1$ (jeżeli nie podano inaczej).