

## Ćwiczenia nr 9

1. Oblicz:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow a} x^n, n \in \mathbb{N} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}, a \neq 0 & \text{c) } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{x^m}, m, n \in \mathbb{N}, a \geq 0 \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow a} \sin x & \text{e) } \lim_{x \rightarrow a} b^x, b > 0 & \text{f) } \lim_{x \rightarrow a} \log_b x, b > 0, b \neq 1, a > 0 \end{array}$$

2. Oblicz:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x^3) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} (2^x - 2^{-x}) & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \pi} \sin \frac{x}{2} \cdot \cos 2x & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x}{x} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} \cdot \cos(x) \right) & & & \end{array}$$

3. Oblicz granicę lewo i prawostronną funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$ , jeżeli:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}, x_0 = -2 & \text{b) } f(x) = \frac{1}{1 - x^2}, x_0 = 1 & \text{c) } f(x) = \frac{x^3 + 8}{x + 2}, x_0 = -2 \\ \text{d) } f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1}, x_0 = -\frac{1}{2} & \text{e) } f(x) = \frac{x - 3}{9 - x^2}, x_0 = 3 & \text{f) } f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x}, x_0 = 0 \\ \text{g) } f(x) = \frac{\cos x}{x}, x_0 = 0 & \text{h) } f(x) = \frac{\cos(x + \frac{\pi}{2})}{x}, x_0 = 0 & \text{i) } f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x}, x_0 = 0 \end{array}$$

Czy  $f$  ma granicę w punkcie  $x_0$ ?4. Zbadaj ciągłość funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$ , jeżeli:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2}, & x \neq -2 \\ -4, & x = -2, \end{cases} & x_0 = -2. \\ \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x - 3}{9 - x^2}, & x \neq 3 \\ \frac{1}{6}, & x = 3, \end{cases} & x_0 = 3. \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0, \end{cases} & x_0 = 0. \\ \text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\sin x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0, \end{cases} & x_0 = 0. \end{array}$$

5. Zbadaj ciągłość funkcji  $f$ , jeżeli:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases} & \text{d) } f(x) = x^2 + \operatorname{sgn}(x) \end{array}$$