

# Algebra liniowa

## Ćwiczenia II

1. Opisz podane podzbiory iloczynów kartezjańskich.

- (a)  $\mathbb{Z} \times 2\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (b)  $\mathbb{N} \times \{-3, 2, 1\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (c)  $[0, 1]^2 \subseteq \mathbb{R}^2$
- (d)  $\{0, 1\}^2 \subseteq \mathbb{R}^2$
- (e)  $\{(t, -2t) \mid t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (f)  $\{(\cos t, \sin t) \mid t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$
- (g)  $\{(t, t, t) \mid t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3$
- (h)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$
- (i)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z\}$
- (j)  $S^1 \times S^1 \subseteq \mathbb{C}^2$ , gdzie  $S^1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$

2. Podać wzory następujących przekształceń przestrzeni trójwymiarowej na siebie:

- (a) odbicie symetryczne względem płaszczyzny  $xy$ ,
- (b) przesunięcie o wektor  $(a, b, c)$ ,
- (c) obrót dookoła osi  $z$  o kąt  $\varphi$ .
- (d) rzut przestrzeni trójwymiarowej  $\mathbb{R}^3$  na oś  $Oz$  równoległe do płaszczyzny  $Oxy$ .

3. Niech  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y, z) = (y, z)$ . Wyznacz

- (a)  $f(\{(t, 3t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\})$
- (b)  $f(\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\})$
- (c)  $f^{-1}(0)$ .
- (d)  $f^{-1}([0, 1])$ .