

# Algebra liniowa

## Ćwiczenia IX

1. Wyznaczyć macierz odwrotną do danej, wykorzystując macierz dołączoną do niej:

(a)  $\begin{bmatrix} 1 & 3i \\ 0 & 2i \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

2. Dla jakich wartości  $r \in \mathbb{R}$  macierz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & r & 2 \end{bmatrix}$  jest odwracalna?

3. Jaka jest wartość wyznacznika macierzy  $A$  o wyrazach całkowitych, jeśli wyrazy macierzy  $A^{-1}$  są też całkowite?

4. Dla jakich wartości  $a$  wektory  $(a, 1, 0)$ ,  $(1, a, 3)$ ,  $(a, 1, 1)$  są liniowo zależne?

5. Czy układ wektorów

$$(3, 1, 1), (1, 0, 2), (0, 3, 2)$$

jest bazą przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ ?

6. Oblicz rząd macierzy używając wyznaczników

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & 8 & 9 \\ 2 & 1 & 2 & 5 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

7. Rozwiązać, korzystając ze wzorów Cramera, układ równań

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$$

8. Dla jakich wartości parametrów  $a$  i  $b$  układ ma rozwiązanie niezerowe

$$ax + y + z = 0$$

$$x + by + z = 0$$

$$x + 2by + z = 0$$